

EMITTANCE COMPENSATION IN AN ERL MERGER

R. Hajima*,

Free-Electron Laser Laboratory, Japan Atomic Energy Research Institute
Tokai, Ibaraki 319-1195 Japan

Abstract

The growth of beam emittance due to space charge force in an injection merger is a critical problem for ERLs such as an X-ray light source and a high-power FEL. We propose a design strategy of ERL mergers to compensate the emittance growth. The compensation is based on beam envelope matching between the betatron function and the linear dispersion induced by space-charge force.

ERL 入射合流部におけるエミッタンス増大とその補償

1. はじめに

原研 FEL グループでは、第3世代放射光源 (Spring-8 など) に代わる次世代放射光源として、エネルギー回収型リニアック (energy-recovery linac; ERL) の基礎研究を進めている。ERL 放射光源におけるビームエミッタンス増大は、大きく分けて (1) 電子銃と入射用加速器 (パンチ圧縮) における増大、(2) 入射合流部における増大、(3) 周回軌道における増大がある。主なエミッタンス増大のメカニズムは、(1) では横方向空間電荷力 (位相空間におけるパンチスライスのねじれ) と入射器空洞における RF 場 (時間依存のある収束/発散作用)、(2) では縦方向空間電荷力と CSR (コヒーレント放射光) によるエネルギー再配分、高次収差、(3) では CSR である。

これらのうち、横方向空間電荷力^{[1][2]}、CSR^[3] によるエミッタンス増大のメカニズムとその補償方法については既に研究がなされているので、本報では、残された課題である縦方向空間電荷力による合流部のエミッタンス増大について考える。

2. 縦方向空間電荷力によるエミッタンスの増大

電子ビーム輸送路のうち、運動量分散がゼロでない部分で生じるパンチ内電子のエネルギー変化 (再配分や損失) は、エミッタンス増大をもたらす。エネルギー変化の原因となるのは、CSR と縦方向空間電荷力である。縦方向空間電荷の効果は、低エネルギー領域でのみ影響が現れ、ERL では入射合流部が対象となる。縦方向空間電荷によるエミッタンス増大は FEL では以前からよく知られた問題である^[4]。

縦方向空間電荷によるパンチ内電子のエネルギー変化は、空間電荷ポテンシャルにより表すことができる。蓄積リングのような高エネルギー電子ビームでは線電荷モデル^[5] が用いられるが、10 MeV 以下の領域ではビームの横方向サイズを考慮したモデルが適切である。円筒状のパンチに対する縦方向ポテンシャルは、パンチの長さ、横方向サイズ、分布形

状、エネルギーの関数となる。パンチに生じる空間電荷ポテンシャルの全幅 (ΔE) と RMS 値 (ΔE_{rms}) は、それぞれ、

$$\Delta E = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 r_0 z_0} f(r_0/z_0) \quad (1)$$

$$\Delta E_{rms} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 r_0 z_0} f_{rms}(r_0/z_0) \quad (2)$$

と書ける。 Q はパンチ電荷、 r_0 は横方向サイズ、 z_0 は電子の静止系におけるパンチ長さである。 f はアスペクト比に依存する係数で、円板電荷の作る電場を積分する方法で求められる^[4]。縦方向分布を Gaussian とした場合、 f を含めて $\Delta E \propto r_0^{-1/2}$ 、 $\Delta E_{rms} \simeq \Delta E/\sqrt{2}$ である。

3. 分散関数による線形解析

空間電荷によるエネルギー変化と CSR によるエネルギー変化は、ウェークポテンシャルの形状が異なるので、パンチスライスの混合がないという条件下で分離独立して扱うことができる。そこで、CSR の場合^[3] と同様の線形解析を行い、エミッタンス増大を抑制する軌道設計の指針を得ることを試みる。縦方向空間電荷のウェークポテンシャルが一定であると仮定すると、偏向磁石中における偏向面内の電子の運動は以下の方程式に従う。

$$x'' = -\frac{x}{\rho^2} + \frac{1}{\rho} [\delta_0 + \delta_{sc} + \kappa(s - s_0)] \quad (3)$$

ここで、 s は軌道に沿った座標、 x は偏向面における電子の座標、 x'' は s についての 2 階微分、 ρ は軌道半径、 δ_0 は運動量誤差の初期値 ($s = 0$ における値) である。右辺最後の 2 項は空間電荷効果を考慮するためのものである。 δ_{sc} は上流部 ($0 < s < s_0$) における空間電荷により生じた運動量誤差、 $s = s_0$ は偏向磁石の入口、 $\kappa \equiv \beta E/W_0$ は、電子が感じる空間電荷ポテンシャル E を基準エネルギー W_0 と基準速度 $\beta \equiv v/c$ で規格化した量である。偏向面内の電子の運動は、5 次元ベクトル $\vec{x} \equiv (x, x', \delta_0, \delta_{sc}, \kappa)$ で一意

*E-mail: hajima@popsvr.tokai.jaeri.go.jp

に表せ、軌道に沿った 5 次元ベクトルの推移は、行列変換

$$\vec{x}^T(s_1) = R(s_1|s_0) \vec{x}^T(s_0) \quad (4)$$

で計算できる。CSR の場合は 偏向磁石 においてのみ電子エネルギーの変化が生じるが、空間電荷の場合は、すべての軌道位置でエネルギー変化が生じるので、すべての構成要素について行列の修正が必要である。

$$R = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} & R_{14} & R_{15} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} & R_{24} & R_{25} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & L \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

$R_{ij}(i, j = 1, 2, 3)$ は、通常の 3x3 行列と同一である。 L は構成要素の軌道長である。軌道半径 ρ 、偏向角 θ の sector magnet では $R_{14} = \rho(1 - \cos\theta)$ 、 $R_{15} = \rho^2(\theta - \sin\theta)$ 、 $R_{24} = \sin\theta$ 、 $R_{25} = \rho(1 - \cos\theta)$ であり、その他の構成要素、ドリフト、四極磁石などでは、 $R_{14} = R_{15} = R_{24} = R_{25} = 0$ である。

空間電荷によるバンチスライスの線形運動 (linear off-axis motion) を追跡するために空間電荷分散関数 (space-charge dispersion function) を定義する：

$$\begin{aligned} & (\zeta_x(s_1) \zeta'_x(s_1) 0 L(s_1) 1)^T \\ & = R(s_1|s_0) (\zeta_x(s_0) \zeta'_x(s_0) 0 L(s_0) 1)^T, \end{aligned} \quad (6)$$

ここで $L(s) = s$ は全軌道長である。空間電荷により各バンチスライスにはポテンシャルの大きさに応じたキックを受け、 (x, x') 位相空間において $\zeta'_x - \zeta_x = 0$ の直線上に並ぶ。バンチスライス変位の RMS 広がり、空間電荷ポテンシャルの RMS 広がり ΔE_{rms} に比例する。エミッタンス増大が最小となる設計は、運動量分散のある行路の出口 (合流部出口) において、ビーム楕円の主軸が空間電荷のキックの向きと一致するような場合である。これは CSR の場合^[3] と同様である。

4. 3-DIPOLE MERGER の解析

例として、ERL 入射器の合流部におけるエミッタンス増大を解析してみる。図 1 に示すような 3 台の偏向磁石で構成される合流部を考える。磁石のパラメータは、 $\rho = 1$ m、 $\theta = 15$ 度とした。2 番目の磁石にのみ入射、出射エッジ角 -21 度を与えた。合流部がアクロマティックになる条件から磁石間のドリフト長を 0.82 m とした。前節で導出した線形解析の結果から、合流部におけるエミッタンス増大が、ビームエンベロープに依存することが予想されるので、ここでは、最初の磁石の手前 50 cm において x 方向の Courant-Snyder パラメータを $-2 < \alpha_x < 2$ 、 $1\text{m} < \beta_x < 10\text{m}$ の範囲でスキャンし、エミッタンス増大を計算した。計算は PARMELA^[6] を用いた。電子バンチのパラメータは、エネルギー 10 MeV、電荷量 77 pC、規格化エミッタンス 1 mm-mrad、横方向分布は 4 次元位相空間 (x, x', y, y') にランダム、時間分布は Gaussian ($\sigma_t = 6$ ps) とした。空間電荷のアルゴリ

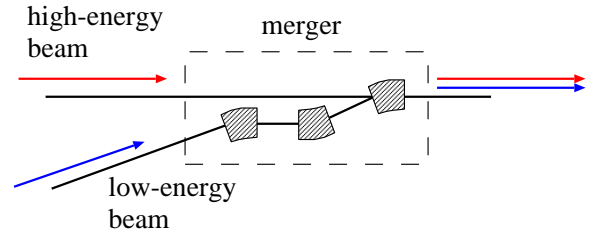


図 1: 3 台の偏向磁石で構成される ERL 入射器の合流部

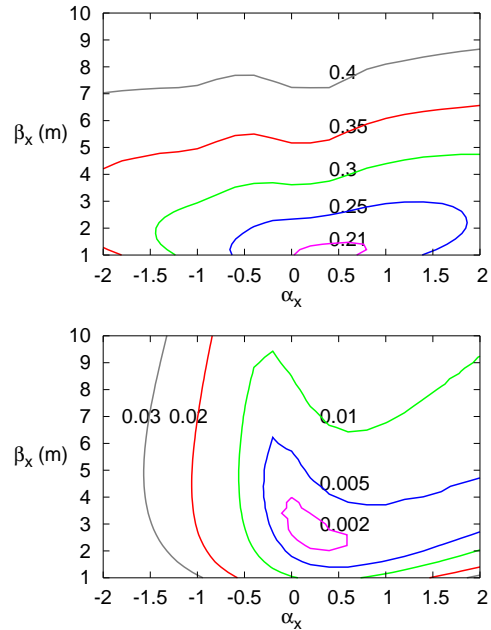


図 2: 合流部手前 50cm 位置におけるビームエンベロープパラメータ (α_x, β_x) を変化した時のエミッタンス増大、 $\Delta\varepsilon_n$ (mm-mrad)。(上) 空間電荷を含んだ計算、(下) 空間電荷を含まない計算。

ズムは SCHEFF ルーチン^[7] によった。計算で用いた粒子数は 5000 個である。 y 方向のエンベロープは、合流部のほぼ中央でウェストを結ぶように、合流部手前 50 cm 位置で $\alpha_y = 2.76$ 、 $\beta_y = 8$ m の値を選び固定した (高次収差が小さくなるエンベロープ)。

図 2 に、空間電荷を含んだ計算と含まない計算から得られた規格化エミッタンスの増大値を等高線図として示す。エミッタンス増大は、初期値 ($\varepsilon_{n,i}$) と最終値 ($\varepsilon_{n,f}$) を用いて $\Delta\varepsilon_n^2 = \varepsilon_{n,f}^2 - \varepsilon_{n,i}^2$ で定義した。線形解析の結果が示したように、エミッタンス増大は合流部のエンベロープに依存することがわかる。空間電荷を含まない場合のエミッタンス増大は、高次収差の影響を表していると考えられる。

縦方向空間電荷ポテンシャルの RMS 広がり、ビームの横方向サイズに依存するが、依存関係はゆるやかであり、エンベロープスキャンの範囲内では、空間電荷により生じたエネルギー広がり (RMS 値) は、

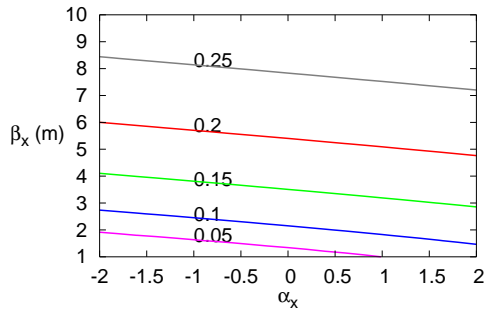


図 3: 線形解析により求めたエミッタンス増大。縦方向空間電荷のみの効果。 $\Delta\varepsilon_n$ (mm-mrad)

2.25 ± 0.15 keV と狭い範囲に収まっていることを確認した。そこで、空間電荷ポテンシャルを一定と仮定して、線形解析によりエミッタンス増大を計算してみた。規格化空間電荷ポテンシャルの RMS 広がりを $\kappa_{rms} = 2.25\text{keV}/10\text{MeV}/3.93\text{m} = 5.7 \times 10^{-5}/\text{m}$ とした。

空間電荷による増大を含んだエミッタンスは

$$\varepsilon^2 = (\varepsilon_0\beta_x + D^2)(\varepsilon_0\gamma_x + D'^2) - (\varepsilon_0\alpha_x - DD')^2, \quad (7)$$

と書ける。ここで (D, D') は、パンチスライス毎に異なる分散関数の RMS 広がりで、空間電荷ポテンシャルの RMS 広がり κ_{rms} を使って

$$(D, D') \equiv \kappa_{rms}(\zeta_x, \zeta'_x), \quad (8)$$

と定義される。

図 3 に、線形解析で求めたエミッタンス増大を示す。この結果は、縦方向空間電荷効果のみを含み、横方向空間電荷効果、高次収差は含まないことに注意。

図 2 と 3 を比べてみると、PARMELA により求めたエミッタンス増大は、線形解析の結果に高次収差を加えた値よりも大きいことがわかる。これは、横方向空間電荷力によるエミッタンス増大 (パンチスライスのねじれ) が存在するためと考えられる。計算で用いたパンチパラメータに対して空間電荷によるプラズマ振動数^[2]を計算すると $k_p \sim 0.6 \text{ m}^{-1}$ となり、この効果は無視できないのがわかる。

PARMELA の計算でエミッタンス増大が最小となるのは、合流部手前 50 cm において $\alpha_x = 0.4$ 、 $\beta_x = 1 \text{ m}$ の時であり、この場合のビームエンベロップと分散関数は図 4 のように求められる。合流部の下流で ζ_x と β_x がほぼ同じ位置でウェストを結んでいる、つまり、 (x, x') 位相空間において空間電荷によるパンチスライスのキックとビーム楕円の主軸がほぼ一致している。これは、線形解析の結論と矛盾しない。

最後に、電荷量を変化させた時のエミッタンス増大を PARMELA で計算した結果を図 5 に示す (エミッタンス最小となるエンベロップを選んだ)。エミッタンス増大が電荷量に比例するのは、線形解析で説明できる。

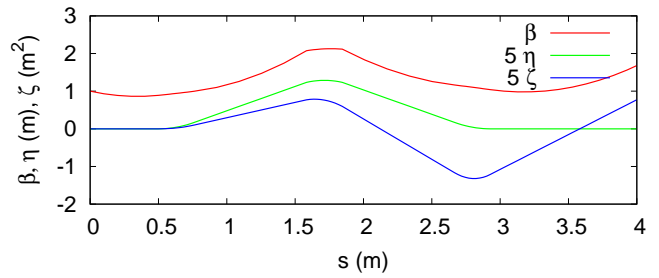


図 4: エミッタンス最小となるビームエンベロップ。

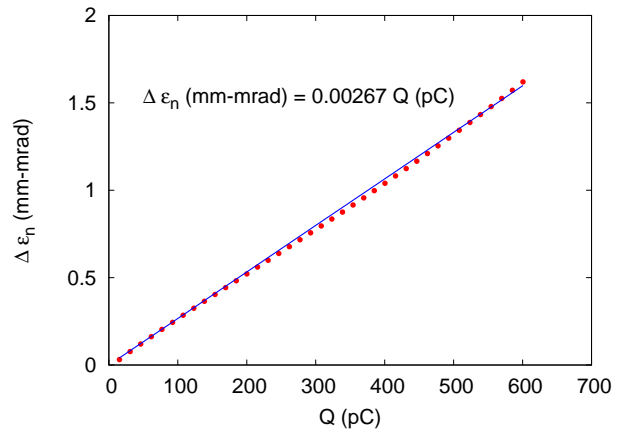


図 5: パンチ電荷量とエミッタンス増大の関係 (PARMELA 計算結果と直線によるフィッティング)。

5. まとめ

ERL 合流部で問題となる、縦方向空間電荷効果に起因するエミッタンス増大を解析した。CSR の場合と同様に、エミッタンス増大がビームエンベロップに依存することがわかり、線形解析で説明できることを示した。これらの結果から、エミッタンス増大を最小にするための設計指針、電荷量、パンチ長とエミッタンス増大のスケール則などが求められる。

本研究の一部は、日本学術振興会の科研費基盤研究 (B) 15360507 の助成を得て行われた。

参考文献

- [1] B.E. Carlsten, Nucl. Instr. Meth. A285, 313 (1989).
- [2] S.G. Anderson, J.B. Rosenzweig, PRST-AB 3, 094201 (2000).
- [3] R. Hajima, Jpn. J. Appl. Phys. 42, L974-L976 (2003).
- [4] B.E. Carlsten et al., IEEE Quantum Electronics 27, 2580 (1991).
- [5] H. Wiedemann, "Particle Accelerator Physics II", Springer, p.343 (1999).
- [6] PARMELA ver. 3.34; L. M. Young, Los Alamos National Laboratory, LA-UR-96-1835.
- [7] SCHEFF アルゴリズムの解説はこれに詳しい; P. Lapos-tolle et al., Nucl. Instr. Meth. A379, 21 (1996).