

## Development of 3D electron trajectory simulation code

MASAHIRO Nomura, HIROSHI Takahashi\*

Power Reactor and Nuclear fuel Development Corporation  
4002, Naritacho, Oaraimachi, Ibaraki, 311-13 JAPAN  
\*Brookhaven National Laboratory  
Longisland, Upton, NY 11973

### Abstract

We developed a new, three-dimensional simulation code to calculate beam dynamics in the injector of PNC electron linac. In this code, beam dynamics are calculated according to Hamilton equations and the space charge force is calculated by the potentials produced by other electrons. The Hamiltonian is calculated at each time step and the length of the time step is varied by a change in the Hamiltonian to reduce the error of transition and the calculation time.

### 3次元電子軌道シミュレーションコードの開発

#### 1. 序

動燃ではFPの消滅処理[1]、FEL、大強度陽電子源等の為の大強度高デューティファクターの電子線形加速器の開発を行っている[2]。この加速器の入射部は電子銃[3]、2台の磁場レンズ、チョッパー空洞[4]、チョッパースリット、プリバンチャー及びバンチャーよりなる。入射部の主な仕様を以下に示す。

基本周波数	1249.135MHz
繰り返し	50Hz
パルス幅	4msec
デューティファクター	20%
電子銃電圧	200kV(DC)
ビーム電流(電子銃出口)	300mA
ビーム電流(チョッパー出口)	100mA

表1 入射部仕様

電子銃室と加速器室との間には2.3mのコンクリートの遮蔽壁が設置されている。高品質の電子ビームを得る為には、この間をエミッタンスの増加を押さえて電子ビームを輸送しなければならない。低エネルギー領域では空間電荷効果がエミッタンスを増加させる主な要因である。そこで、この空間電荷効果によるエミッタンスの増加を押さえる為、電子銃出口から第一加速管までをソレノイドコイルで覆っている。ただし、チョッパー空洞とスリットの間は水平に電子ビームを振る必要がある為、この区間はソレノイドコイルを取り除いている。ソレノイドコイルの作る磁場の形状及び強度は正しく空間電荷効果の影響を評価することにより初めて決定することができる。そこで、空間電荷効果を含んだ3次元の電子軌道シミュレーションコードの開発を行った。

#### 2. シミュレーションコード

このシミュレーションコードでは各電子の位置及びそれに共役な運動量を時間ステップごとにハミルトン方程式に従って計算し、電子軌道をシ

ミュレーションしている。電子が電磁場中を運動している場合のハミルトン方程式は以下の様に書くことができる[5]。

$$H = \sum_i^N \sqrt{\left(\vec{p}_i - e\vec{A}_i\right)^2 c^2 + (m_e c^2)^2} + e \frac{\sum_i^N \phi_i}{2} \quad (1)$$

$$\dot{x}_i = \frac{(p_i - eA_i) c^2}{\sqrt{\left(\vec{p}_i - e\vec{A}_i\right)^2 c^2 + (m_e c^2)^2}} \quad (2)$$

$$\dot{p}_i = \frac{ec^2 \sum_j^{N_i} y_j z_j (p_j - eA_j) \frac{\partial \phi_j}{\partial x_i}}{\sqrt{\left(\vec{p}_i - e\vec{A}_i\right)^2 c^2 + (m_e c^2)^2}} - e \frac{\partial \phi_i}{\partial x_i} \quad (3)$$

$m_e$  及び  $c$  は電子の静止質量及び光速を示す。また、 $x_i$  及び  $p_i$  はそれぞれ  $i$  番目の電子の位置及び共役な運動量を示し、 $A_i$  及び  $\phi_i$  はそれぞれ  $i$  番目の電子の位置でのベクター及びスカラーポテンシャルである。実際の計算では、各電子の位置と共役な運動量を式(2)と(3)を用いて各時間ステップごとにルンゲクッタ法により計算している。

これらの式からも明らかなように、このシミュレーションコードではその他の電子の作るポテンシャルを計算し、それから空間電荷効果を求めることによりその精度を高めている。電子軌道シミュレーションコードとして良く知られている PARMELA ではメッシュを用いた方法を採用しているが、この方法だとどうしても計算結果がメッシュサイズに依存してしまう為使用していない。しかし、ポテンシャルから空間電荷効果を計算する方法では、計算すべき電子の数が増えるに従って膨大な計算時間が必要となってくる。このシミュ

レーションコードでは計算の時間ステップの長さを必要に応じて変えることによりこの問題を解決している。先に述べたようにこのシミュレーションコードでは電子ビームの軌道を各時間ステップごとにハミルトン方程式に従って計算している。もし時間ステップを長くすると計算時間を短くすることはできるが、その代わりに計算の誤差は大きくなる。そこで、現実的な計算時間と許容できる誤差の範囲で最適な時間ステップを選ばなければならない。しかし、最適な時間ステップとは、幾つかの計算条件、すなわち電流値、ビームエネルギー、ビーム径や計算すべき電子数に強く依存している為、一律に決定することは不可能である。そこでこのシミュレーションコードではハミルトニアンの変化に応じて時間ステップを変えるようにしている。つまり、許容できる誤差の範囲から求めたハミルトニアンの最大の変化を設定し、これを超えた場合には時間ステップを短くし再計算するようにしている。こうすることにより、計算時間の短縮及び精度の向上を行っている。これはこのシミュレーションコードの大きな特徴である。

### 3. 結果及び議論

#### 3.1 エンヴェロップ方程式との比較

このシミュレーションコードの計算精度、特に空間電荷効果の影響を確かめる為に、エンベロップ方程式から簡単に数値計算で求まる自由空間での電子ビームの拡がりについて計算し、両者の比較を行った。エンベロップ方程式を以下に示す[6]。

$$\frac{d^2}{ds^2} + KR - \frac{\epsilon^2}{R^3} = \frac{\xi}{2R} \quad (4)$$

ここでRは電子ビームの半径を表し、K、 $\epsilon$ 及び $\xi$ はそれぞれ収束の強さ、エミッタンス及び空間電荷パラメータである。空間電荷パラメータ $\xi$ は以下の式で定義される量である。

$$\xi = \frac{4Q^2 r_0 \lambda}{\beta^2 \gamma^2} \quad (5)$$

ここで $q_e$ は電子ビームの電荷、 $\lambda$ は単位長さ当たりの密度、 $r_0$ は電子の古典半径を表す。計算条件を表2に示す。

電流値	0.3A (DC)
電子エネルギー	200keV
ビーム半径	2mm
エミッタンス	$0 \pi$ mm mrad

表2 計算条件

エンベロップ方程式で得られた結果及びシミュレーションコードで得られた結果をそれぞれ図1と図2に示す。両者の計算結果は良く一致し、シミュレーションコードの計算精度、特に空間電荷効果の影響が正しく評価されていることが確かめられ

た。

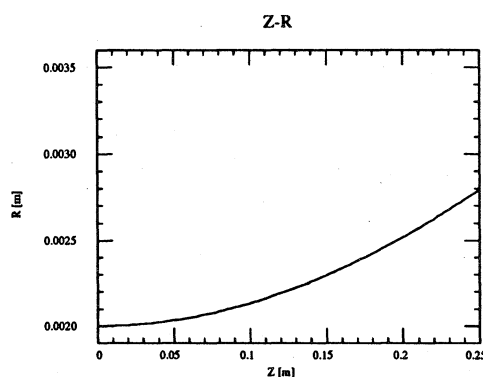


図1 エンベロップ方程式で得られた結果

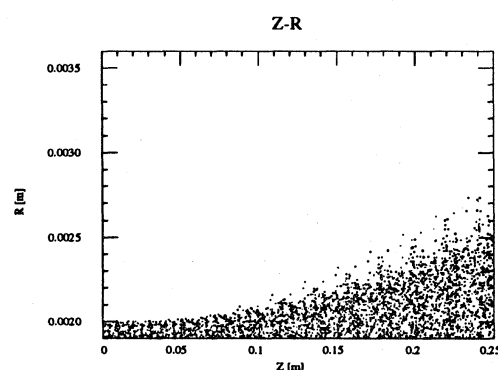


図2 シミュレーションコードで得られた結果

#### 3.2 ソレノイドコイル中での電子ビーム軌道

このシミュレーションコードの有効性を示す為に、電子銃やソレノイドコイルのアライメントの誤差により電子ビームの軸とソレノイドコイルの軸がずれた場合について計算を行った。計算条件は前章エンベロップ方程式との比較と同じである。しかし先に述べたように電子ビームは軸対称ではあるが、その軸はソレノイドコイルの軸とは4mm mradの角度をなしているとした。

図3にソレノイドコイル入口での電子ビームの分布を示す。この図では確かに電子ビームの分布は軸対称となっている。次にソレノイドコイルによるz軸方向の磁場を図4に示す。この磁場中での電子ビームの軌道を図5に示す。電子ビームはz軸方向の磁場によりソレノイドコイル中を螺旋運動して進んでいるのが分かる。図6にソレノイドコイル出口での電子ビームの分布を示す。図6から明らか様に、電子ビームの中心は、大きくソレノイドコイル中心からずれている。また、注目すべきこととして、電子ビームの分布はもはや電子ビームの軸に対しても対称になっておらず、両方の軸がずれていることにより電子ビームの品質が劣化していることが理解できる。この様な計算は3次元の空間電荷効果を含んだシミュレーションコード

により初めて計算できたものである。

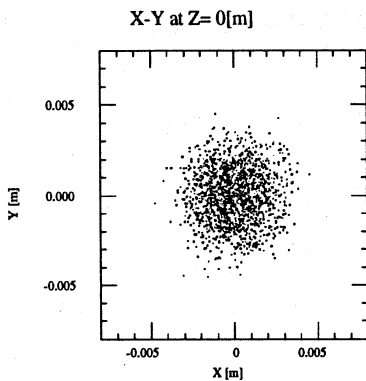


図3 ソレノイドコイル入口での電子ビームの分布

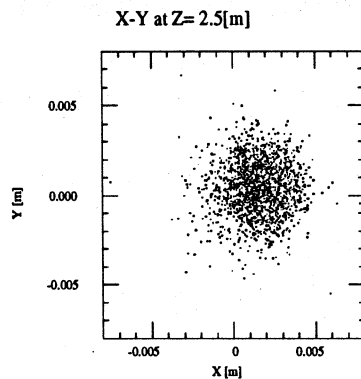


図6 ソレノイドコイル出口での電子ビームの分布

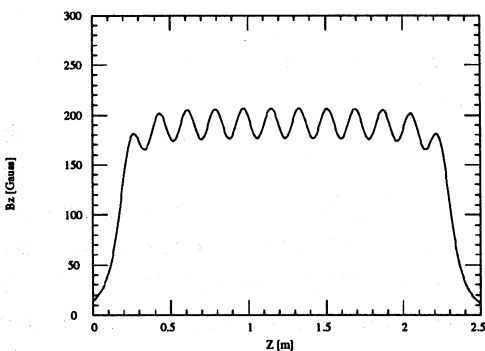


図4 ソレノイドコイルによるz軸方向の磁場強度

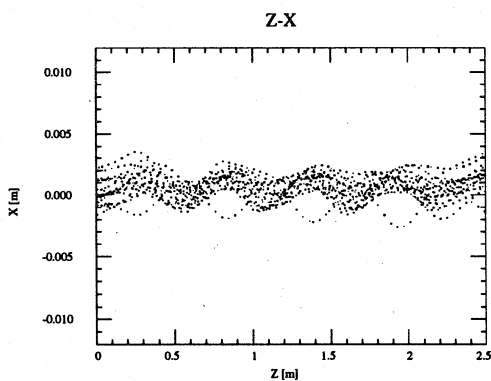


図5 ソレノイドコイル磁場中での電子ビームの軌道

#### 4. まとめ

動燃で開発中の大強度電子線形加速器の入射部用3次元シミュレーションコードの開発を行った。このシミュレーションコードでは、電子軌道をハミルトン方程式より計算し、空間電荷効果は他の電子の作るポテンシャルから計算することによりその精度を高めている。また、ハミルトニアンを各時間ステップごとに計算し、時間ステップの長さをこのハミルトニアンの変化により変えることで、有限の時間ステップによる誤差や実際の計算時間を少なくしている。このシミュレーションコードの精度についてはエンヴェロップ方程式と比較することにより確認した。また、このシミュレーションコードの有効性を示す為に2次元のシミュレーションコードでは計算できなかった電子ビームの軸とソレノイドコイルの軸がずれている場合についての計算を行った。その結果、両方の軸がずれていることによる電子ビームの品質の劣化が計算から明らかになった。

#### 5. 参考文献

- [1] S.Toyama *et. al.*, transmutation of Long-lived Fission Product ( $^{137}\text{Cs}, ^{90}\text{Sr}$ ) by Reactor-Accelerator system, Proc. International symposium of advanced Nuclear energy research 1990.
- [2] M.Nomura *et. al.*, Status of High Power CW Linac at PNC, Proc. EPAC London, 1994.
- [3] Y.Yamazaki *et. al.*, the electron gun for the PNC high power CW linac, Proc. LINAC'94 Japan, 1994.
- [4] Y.L.Wang *et. al.*, A novel chopper system for high power CW linac, Proc. LINAC'94 Japan, 1994.
- [5] Herbert goldstein, classical Mechanics, Addison-wesley, 1950.
- [6] chao, A.W., Physics of collective Beam Instabilities in High Energy Accelerators, Wiley & sons, New York, 1993.