〔A17a06〕

BEAM LOADING COMPENSATION FOR THE JHF PROTON LINAC

Shozo Anami, Zenei Igarashi, Eiichi Takasaki, Tamaki Watanabe and Seiya Yamaguchi

KEK, High Energy Accelerator Research Organization
1-1 Oho, Tsukuba-shi, Ibaraki-ken, 305-0801, Japan

Abstract

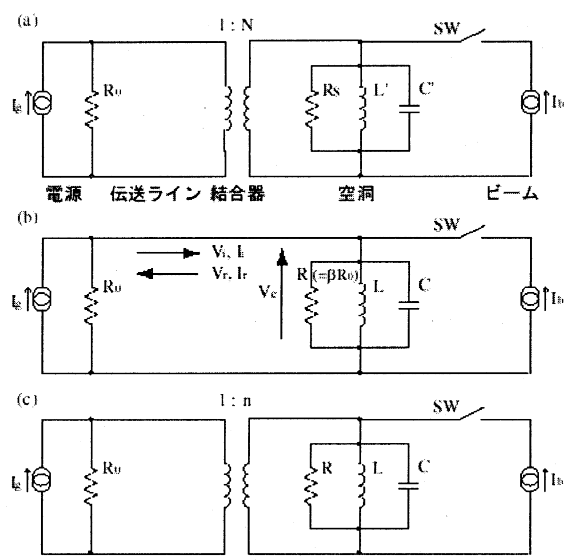
RF parameters for the beam loading compensation of the JHF proton linac are discussed on the base of an equivalent circuit for a generator and a cavity loaded with beams. Fast step changes of the rf power amplitude and phase are required for the transient beam loading compensation, and over coupling and detuning are required for the maximum power transfer. These values and the pulse shapes simulated by SPICE are described.

JHF 陽子リニアックのビーム負荷補償

1. はじめに

JHF 陽子リニアックの高周波源に求められる加速電圧の振幅及び位相に対する許容誤差はそれぞれ 1%、1° となっている。この許容値は過渡時も含め全てについての誤差であり、かなり厳しい値であると言える。定常時の誤差については各部〈クライストロン出力の振幅や位相、チューナの位置など〉の調整とそれぞれのフィードバック制御によって抑えられるものと期待できる。しかし、ビーム入射直後の過渡時については、フィードバックが無効なため、正しい予測値に基づくフィードフォワード制御に頼らざるを得ない。

ここでの議論の目的は、これらの制御を念頭に置き、ビーム負荷による空洞への影響を正しく理解し、また、実測される値や波形等から、起こっている現象の正しい把握や適確な推測等を可能とするためのものである。従って、空洞やビームの等価回路から導かれる物理量を出来るだけ具体的な量とし、また、その振る舞いを波形の変化として見るために、回路解析コード Spice を用いて過渡現象のシミュレーションを行うことにした。



$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC} = 1/\sqrt{L'C'},\quad Q_0 = \omega_0 RC = \omega_0 R_s C'$$
$$\beta = R/R_0,\quad T_f = 2Q_L/\omega_0,\quad Q_L = Q_0/(1+\beta)$$

図 1. 電源から見た空洞及びビーム負荷の等価回路

2. 加速空洞の等価回路

加速空洞、ビーム負荷及び高周波源、これらの関係を調べる場合、図 1.で示すような等価回路を用いいて考えることができる。図 1(a) はそれぞれが本来あるものの等価回路で、図 1(b) はこれを電源から見た 1 次側換算の等価回路である。空洞を特徴づける測定可能なパラメータと回路定数との関係は、同図に示すように一義的に定められる。ここで 1 次側に換算する時、結合係数 β (またはトランスの昇圧比 N) によって任意に回路定数を選ぶことになるが、一定の条件（例えば加速電圧 V_c が一定）の下で必要電力等を比較するような場合には、ある定めた同一の等価回路上での議論としなければならない。しかし、この時インピーダンスの異なる負荷に対して更に電源との整合を取る必要性が起こる。そのため、ここでは図 1(c) に示す等価回路を更に導入している。このこの様な事情からすれば、通常の空洞から見た 2 次側換算の等価回路を用いるべきであるが、高周波源の立場と Spice を用いる都合から図 1(b) 及び (c) を敢えて採用している。図 1(c) では昇圧比 n=1 のとき R=R_0 としており、この n と結合係数 β との間には n^2=1/β の関係がある。

ここでは、先ず図 1(b)で SW 閉じる前の空洞電圧（V_c）や反射電圧（V_r）等と電源（I_g）の関係を求めておく。電源が $I_g\, e^{j\omega t}$ の時、空洞電圧は次のように与えられる。

$$V_c = R_0 I_g \frac{\beta}{1+\beta}\cos\psi\ \mathrm{e}^{j(\omega t+\psi)}$$

$$(R = \beta R_0,\ \psi = -\tan^{-1}(2Q_L\delta),\ \delta = \Delta\omega/\omega_0,\ \Delta\omega = \omega - \omega_0)$$

ここで ψ は一般に tuning angle と呼ばれるもので、電源

(I_g) に対する空洞電圧 (V_c) の位相ずれを与えるものである。また伝送線路（特性インピーダンス R_0）上の進行波及び反射波電圧は、

$$\boldsymbol{V}_c = \boldsymbol{V}_i + \boldsymbol{V}_r, \qquad \boldsymbol{V}_c / \boldsymbol{Z}_c = (\boldsymbol{V}_i - \boldsymbol{V}_r)/Z_0$$

の関係から

$$\boldsymbol{V}_i = \frac{1}{2} R_0 I_g e^{j\omega t}$$

$$\boldsymbol{V}_r = R_0 I_g \left(\frac{\beta}{1+\beta} \cos\psi e^{j\psi} - \frac{1}{2} \right) e^{j\omega t}$$

と表すことができる。

これらは何れも図 1(b)で十分に時間が経った定常時の解を与えるものであるが、電源がステップ関数でオンした直後からの過渡時の振る舞いを見るには、回路の微分方程式をラプラス変換して求めなければならない。求められる解は複雑な形をしているのが、$\Delta\omega/\omega_0$ 及び $1/2Q_L$ が十分小さいとしてこれらの 2 次の項を無視すると、次のような過渡解を得ることができる。

$$\boldsymbol{V}_c = R_0 I_g \frac{\beta}{1+\beta} \cos\psi \left[1 - e^{-\alpha t} e^{-j\Delta\omega t} \right] e^{j(\omega t + \psi)}$$

$$\boldsymbol{V}_i = R_0 I_g \frac{1}{2} e^{j\omega t}$$

$$\boldsymbol{V}_r = R_0 I_g \left[\frac{\beta}{1+\beta} \cos\psi \, (1 - e^{-\alpha t} e^{-j\Delta\omega t}) e^{j\psi} - \frac{1}{2} \right] e^{j\omega t}$$

$$(\alpha = \omega_0 / 2Q_L)$$

上式から V_c は過渡状態において$\Delta\omega$で振動していることが分かるが、これは I_gをパルスの立上り時に大きく振り込んでより早く定常状態を得ようとする場合に問題となる現象である。また V_cの角括弧内は

$$1\text{-}e^{-\alpha t} \cdot e^{-j\Delta\omega t} = 1 - e^{-\alpha t(1 - j\tan\psi)}$$

と変形されるが、これは二つの定常状態（$V(t{=}0)$と $V(t{=}\infty)$）の中間状態（過渡状態）を時間の関数として与える項そのもので、公式的に広く一般に使用されている。これを用いれば、改めて過渡状態を解くこともなく、起こる前後の定常状態が分かれば、その中間状態を記述することができる。この結果に従い、以後は定常状態のみに注目し、具体的な過渡時の振る舞いは Spice に委ねることにする。

3. ビーム負荷による空洞電圧への影響

電源から見たビーム負荷時の等価回路は図 1(b)で SW が閉じた場合に対応する。ビーム電流 I_b（実際に加速されるバンチビーム電流の基本波成分）は空洞電圧（V_c）に対して常に位相安定角 φ_sを保つように入射されるので

$$\boldsymbol{I}_b = I_b e^{j\varphi_s}$$

$$= I_b \cos\varphi_s (1 + j\tan\varphi_s)$$

と表すことができる。更に次のように定義されるビーム負荷係数（beam loading factor）bを用いてビームアドミッタンス（Y_b）を表すと次のようになる。

$$b \equiv \frac{\text{beam power}}{\text{cavity loss}} = \frac{1/2\, V_c I_b \cos\varphi_s}{1/2 V_c^2 G},$$

$$\boldsymbol{Y}_b = \frac{\boldsymbol{I}_b}{\boldsymbol{V}_c} = bG(1 + j\tan\varphi_s) \qquad (G = 1/R)$$

即ち、ビーム入射によってこのアドミッタンス分が空洞（Y_c）に並列に加わったと考えることができる。この時電源から見るこれら負荷の合成アドミッテンスは

$$\boldsymbol{Y}_c + \boldsymbol{Y}_b = G\left[(1+b) + j(2Q_0\delta + b\tan\varphi_s) \right]$$

となり、次のような整合及び同調の条件が導かれる。

$$\beta = 1 + b, \quad 2Q_0\delta = -b\tan\varphi_s$$

更に、$2Q_0\delta=(b+2)2Q_L\delta$ の関係から、同調条件は tuning angle を用いて次のように表される。

$$\tan\psi = -2Q_L\delta$$

$$= \frac{b}{b+2}\tan\varphi_s$$

$$\Delta\omega = -\frac{1}{T_{f0}} b\tan\varphi_s \qquad (T_{f0} = 2Q_0/\omega_0)$$

従って、ビームがない状態で空洞をこように離調し、密結合にしておけば、ビームが来た時にちょうど整合が取れ、反射がない状態になる（図 2. 右図）。この離調の方向であるが、φ_s が負（通常は-30 度）であるので $\delta(=\Delta\omega/\omega_0, \Delta\omega=\omega-\omega_0)$ が正となる。即ち、空洞の共振周波数（ω_0）を運転周波数（ω）より低い方にずらしておけばよい。この時の ψ と φ_s との関係は図 2. に示される。

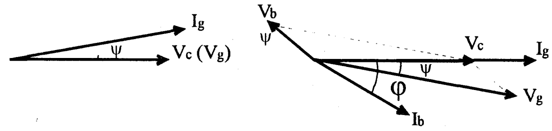


図 2. I_gに対する V_cの位相(ψ)、及び V_cに対する I_bの位相(φ_s)。左図はビームなし、右図はビームあり。

4. ビーム負荷の補償

ビーム負荷の補償として最小限行わなければならないことは、空洞電圧（Vc）の振幅と位相をビーム負荷によって変動しないように一定の値に保つことである。実際的には、ビーム入射直前の Vc を保つように電源（I_g）の振幅と位相をステップ的に変化させることになる。ここでビーム負荷の補償のみを考えるならば、空洞の離調と密結合は必ずしも必須ではない。この二つはあくまでもビーム負荷時の必要電源出力を最少とするための最適条件である。非最適時に余分となる電力は、反射波となりアイソレータ等で消費されるだけで、Vc の振幅と位相を一定に保つことは十分にできる。しかし、高周波電力は高価であるため、最適条件を目指すのは当然なことである。

次に、異なるビーム負荷に対して必要となる電源（I_g）の振幅と位相を Vc 一定の下で、図 1(c)を用いて具体的に比較することにする。β=1、$\Delta\omega$=0 の定常状態で空洞電圧

Vc を与える電源電流を I_{g0} とすると、Vc を一定に保つために必要となる電流源は、ビーム負荷の大きさに対応する結合係数と離調度によって次のような関係式で与えられる。

$$\text{beam off}: \quad I_g = \frac{1}{2}\frac{1+\beta}{\sqrt{\beta}}\frac{1}{\cos\psi}e^{-j\psi}I_{g0}$$

$$\text{beam on}: \quad I_g = \sqrt{\beta}\,I_{g0}$$

以上の関係をもとに、b=0、0.5、1、2 の場合について最適条件を満たす空洞と電源のパラメータを計算すると、表 1. に示すような値が得られる。但し、この計算では φ_s=-30°, T_{f0}=52 μs としている。

表 1. ビーム負荷に対応した空洞のパラメータと電源との関係（空洞電圧 V_c の振幅と位相は常に一定）

loading		tuning		P. S.(beam off)			P. S. (beam on)		
b	β	ψ (deg..)	Δf (kHz)	θ (deg.)	I_g	P_{out}	θ (deg.)	I_g	P_{out}
0	1	0	0	0	1	1	0	1	1
0.5	1.5	-6.6	+0.88	+6.6	1.03	1.06	0	1.22	1.5
1	2	-10.9	+1.76	+10.9	1.08	1.17	0	1.41	2
2	3	-16.1	+3.53	+16.1	1.20	1.44	0	1.73	3

5. Spice にとる過渡解析

電気回路を Spice で過渡解析する場合、計算の累積誤差を小さくするにはその時間ステップを小さく設定しなければならない。しかも、ここで取り扱うような高いキャリア周波数を含む場合は、電圧や電流の時間変化分が大きな値になる。これらの事が相まって、実際の周波数と filling time をそのまま用いると、余りにも計算時間が掛かってしまう結果になる。この様な事情から、ここでの計算では実際の周波数と filling time 324 MHz、52 μs を、10 MHz、5 μs に下げて実行している。この等価性についてであるが、一般論はともかく、少なくとも周波数については、今まで導いた式の振幅や位相にはωが含まれず、結果に影響しないものと考えられる。また、filling time については、調べようとしていることが波形の相似性であるので、全パルス幅を同じ割合で小さくしておけば、類似性のある波形が求められるものと期待できる。ただし、この様にすると、$\Delta\omega/\omega_0$ はその２次の項が無視できない大きさになるため、ω_0 を与える LC の算出には近似を用いずに求めなければならない。

解析に用いた回路は、図３.示すように、図１(c) の等価回路と本質的に同一のものである。ただし、Spice には移相器がないために、２つの電源をビーム有り無しで切り換えている。また、この計算では、ビーム負荷の影響を大きくして調べるために、ビーム負荷係数を２としている。この値は JHF リニアックの DTL-1 で 120 mA の電流負荷に相当する。実機の設計値は 30 mA (b=0.5) 程度である。

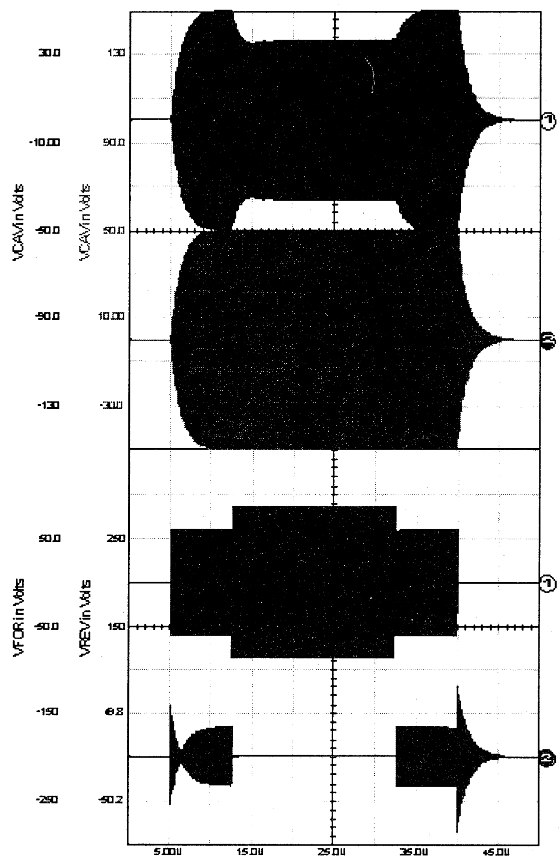


図 4. Spice の出力波形。上からビーム負荷補償なしの V_c、ビーム負荷補償ありの V_c、ビーム負荷補償時の進行波及び反射波電圧。（縦：上 20 V/div、下 50 V/div。横：5 μs/div）

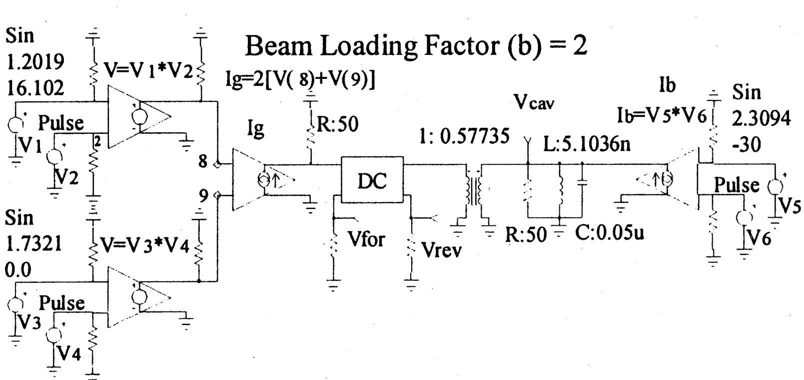


図 3. SPICE で用いた回路図（b=2, β=3, f=10 MHz, f_0=9.963 MHz）

図 4.が Spice の解析結果を示す波形である。この例ではビーム入射を filling time T_{fL}(1.25 μs (β=3)) の 6 倍後としているので、反射波は入射後直ちにほぼゼロとなっている。また、この T_{fL} と Δω の周期 27 μs とがかけ離れているため、過渡時のうねりは見られない。これらの結果が示すように Spice による解析は、実用に即し、過渡現象の理解を容易にし、また現象の予測にも十分に役立つ、非常に有効なものである。