

## BPM 信号のビームサイズ依存

### BEAM SIZE DEPENDENCE OF BPM SIGNAL

庄司善彦<sup>#, A)</sup>

Yoshihiko Shoji<sup>#, A)</sup>

<sup>A)</sup> University of Hyogo, NewSUBARU/SPRING-8

#### Abstract

We report false shift of BPM position signal, which depends on BPM off-set and the beam size. This false shift appeared in the measurements of the betatron amplitude dependent oscillation center shift (ADCS). A simple model based on the analytical calculation well explained the variation of data points in the measurements.

#### 1. はじめに

NewSUBARU において、ベータatron振動振幅依存の軌道中心シフト(ADCS; Amplitude Dependent Orbit Center Shift)を測定した[1]。初期には原因不明の測定結果のばらつきがあり、測定精度を低下させていたが、その原因が判明したことで補正が可能となり十分な精度の結果を得る事ができた。この原因は電子ビームサイズ情報のビーム位置情報への混入であった。この現象に対して明確なデータが得られているので、この論文で紹介する。

ビーム軌道中心が BPM 中心と一致しない場合、ビームサイズ情報が位置情報に混入してしまう。一般に機器のアラインメントは電磁石を重視し、真空ダクトに固定されたBPM位置のズレに対しては位置出力にソフト上で off-set を加えて補正することが多い。特にニュースバルは真空ペロー数を最低限としてコストを抑えたため、2 mm 近い off-set を持つ BPM もある。従って、位置出力のビームサイズ依存が無視できなくなる場合がある。

他方で、位置モニター電極出力の処理については、電子分布情報を意図的に取り出してビームサイズ測定に用いることができ[2]、多電極モニターとして実用化されていることも記しておく[3, 4, 5]。この論文テーマは、多電極ビームサイズモニターと同じ理論に基づいている。

本件の契機となった ADCS は、有限なビームサイズに対する軌道中心シフトである。6 極電磁石の水平方向キックの平均がゼロにならないことに起因し、実際にビーム重心位置がシフトする。これに対して、本論文のテーマは実際のビーム重心変化ではない。本論文の実験部分は、ADCS 測定時に行った、データの誤差補正の詳細である。

#### 2. 関係する解析式

この章では、偽の軌道変位出力の原因を理論的に説明する。

#### 2.1 非線形性の表現

一般にBPM位置計算の元となる電極出力はビーム位置 $(x,y)$ の非線形関数である。BPM 電極出力比から位置を計算する場合、多くの場合は、まず線形近似では正しい位置を計算し、その位置を使って非線形補正を行う。水平位置に対するこの非線形性を関数  $f$  で表すと、非線形性を考慮したビーム位置計算結果  $(X, Y)$  は下式で表現できる。

$$f(X, Y) = \langle f(x, y) \rangle \quad (1)$$

ここで、括弧  $\langle \rangle$  は、まとめて測定する全粒子の平均を意味する。多くの場合、近似的に  $x$  に一致する関数  $f_x$  は BPM 断面の対称性から  $x$  の奇関数で  $y$  の偶関数になる。つまり

$$f_x(x, y) = x + ax^3 + bxy^2 + \dots \quad (2)$$

となり、 $a$  と  $b$  はシステムで決まる係数である。

更に、前論文[1]には記載できなかったが、各電子毎に計算した  $f$  の平均が電子集団からの出力に一致する条件がある。ビーム内の電子分布の情報は、BPM 中心軸に対する回転方向のモーメントに限られ、それ以上の情報は得られない[6]。従って、異なる電子位置変化であってもモーメントに対する寄与が同じならばそれを区別できない。この  $n$  次モーメントは下式で与えられる。

$$AP_n = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \rho(r, \theta) r^n \cos n\theta r dr d\theta \quad (3a)$$

$$BP_n = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \rho(r, \theta) r^n \sin n\theta r dr d\theta \quad (3b)$$

モーメントに関しては平均が一致する条件が成立するので、関数  $f$  がモーメントだけの関数になっていれば条件を満たす。

式(2)の  $x^3, xy^2$  の項が寄与する  $AP_3$  を直角座標で表現すると

$$AP_3 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, y) (x^3 - 3xy^2) dx dy \quad (4)$$

である。この積分を位置  $(x_s, y_s)$  の single particle に対して計算すると

$$AP_3 = x_s^3 - 3x_s y_s^2 \quad (5)$$

<sup>#</sup> shoji@lasti.u-hyogo.ac.jp

である。AP<sub>3</sub>=一定の条件から  $a$  と  $b$  の関係式

$$b = -3a \quad (6)$$

が得られる。

ニュースパルのBPMに対しては、電場分布を数値計算した結果[7]から  $f$  を計算できる。BPM 回路からの位置出力にはアナログ対数演算回路が使われ

$$f(x) = K_x [\text{Log}(A/C) - \text{Log}(B/D)] \quad (7)$$

という形式である[8]。ここで、 $K_x$  は位置係数、 $A, B, C, D$  は4電極からの出力である。計算結果は、 $a = -0.00066 \text{ mm}^2$ ,  $b = +0.00212 \text{ mm}^2$  であり、式(6)をほぼ満足している。

## 2.2 ビーム位置 off-set の影響

以後は高次項を無視し、式(1)に式(6)を代入した下式を使う。

$$X + aX(X^2 - 3Y^2) \approx \langle x + ax(x^2 - 3y^2) \rangle \quad (8)$$

問題はビーム中心と BPM 中心が合っていない場合である。BPM 中心からのビーム重心のずれを( $x_0, y_0$ )、各電子のビーム重心からのずれを( $\delta_x, \delta_y$ )とすると、

$$x = x_0 + \delta_x \quad (9a)$$

$$y = y_0 + \delta_y \quad (9a)$$

である。重心の定義からから

$$\langle \delta_x \rangle = \langle \delta_y \rangle = 0 \quad (10)$$

であるのに加え、ビーム形状も対称ならば

$$\langle \delta_x^2 \rangle = \langle \delta_x \delta_y \rangle = 0 \quad (11)$$

である。式(9a), (9b)を式(8)に代入し、式(10), (11)を使うと

$$X + aX(X^2 - 3Y^2) \approx x_0 + ax(x_0^2 - 3y_0^2) + 3ax_0 (\langle \delta_x^2 \rangle - \langle \delta_y^2 \rangle) \quad (12)$$

と計算できる。右辺に現れた項が偽のシフト  $x_{FALSE}$  で、下式になる。

$$x_{FALSE} = 3ax_0 (\langle \delta_x^2 \rangle - \langle \delta_y^2 \rangle) \quad (13)$$

## 2.3 ADCS

ここでは ADCS との関連を述べる。Single particle に対する ADCS は

$$x_{ADCS}(s) = \frac{2\pi}{\alpha_p L_0} (\xi_x J_x + \xi_y J_y) \eta(s) + \frac{\sqrt{\beta_x(s)}}{4 \sin \pi \nu_x} \int_0^L [J_x \beta_x(s_s) - J_y \beta_y(s_s)] \times g(s_s) \sqrt{\beta_x(s_s)} \cos(|\psi_x(s) - \psi_x(s_s)| - \pi \nu_x) ds_s \quad (14)$$

である[1]。ここで、 $\alpha_p$  は momentum compaction factor、 $\xi_x$  と  $\xi_y$  はクロマティシティー、 $J_x$  と  $J_y$  はベータatron 振動 action、 $\beta_x$  と  $\beta_y$  はベータ関数、 $\eta$  は分散関数、 $\nu_x$  と  $\psi_x$  は水平ベータatron 振動数と振動位相である。電子集団に対しては  $J_x$  と  $J_y$  を  $\langle J_x \rangle$  と  $\langle J_y \rangle$  で置き換えた式になる。

他方で式(13)で表される  $x_{FALSE}$  は

$$x_{FALSE}(s) = 3ax_0 (\beta_x(s) \langle 2J_x \rangle - \beta_y(s) \langle 2J_y \rangle) \quad (15)$$

である。電子集団に対してはともに  $\langle J_x \rangle$  に比例する項と  $\langle J_y \rangle$  に比例する項から成り、ADCS に似た振る舞いをする。

## 3. 測定データと補償

### 3.1 ADCS 測定方法と解析方法

ADCS は single particle に対しても電子集団に対しても起きる。Fast kicker を使った coherent oscillation に対する ADCS 測定と、RF shaker (strip-line deflector) を使ったビームサイズ拡大に対する ADCS 測定が行われたが、偽シフトが現れるのは後者のみである。

測定時は RF shaker を使い、ブロードバンドのキックで水平または垂直方向のビームサイズを拡大した。ベータatron 振動数に合わせて、僅かなベータatron 振動数変化で効果が変わってしまうからである。ビームサイズへの影響は可視放射光モニターSR1 で観測したプロファイルの rms 変化から計算できる。Figure 1 にプロファイル変化の例を示す。

軌道計測には通常のCOD測定システムを使った。COD測定を行いながらRF shakerのオン、オフを20回繰り返す、オン状態とオフ状態のCOD差を計測した。

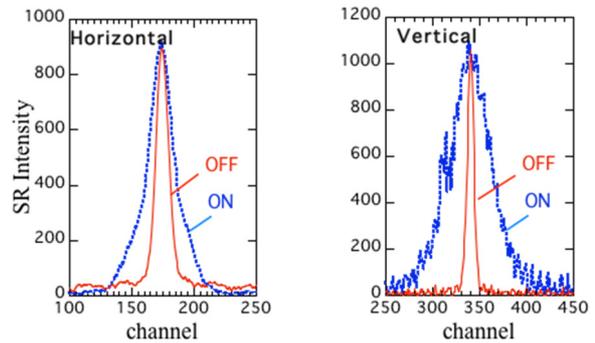


Figure 1: Beam profile change at SR1 ( $\beta_x=0.714\text{m}$ ,  $\beta_y=17.0\text{m}$ ) by the RF shaker. The horizontal scale is 18 channel=1 mm.

### 3.2 測定結果の解析

偽の位置シフト特定の契機となったのは、BPM off-set;  $x_0$  と測定結果のばらつきとの相関を見つけたことである。リングに設置された18台のBPMはSSS(Short Straight Section)、LSS(Long Straight Section)、BS(Bending Section)の3つのグループに分けること

ができる。ADCS はリング対称性に従うので、理論予測はグループ毎にはほぼ同じシフトになる。このグループ毎に、 $x_0$  に対する ADCS 測定結果をプロットしたものが Figure 2 である。明らかに  $x_0$  に比例する成分があり、その係数はグループ毎に異なり、 $J_x$  と  $J_y$  に対しては逆極性である。

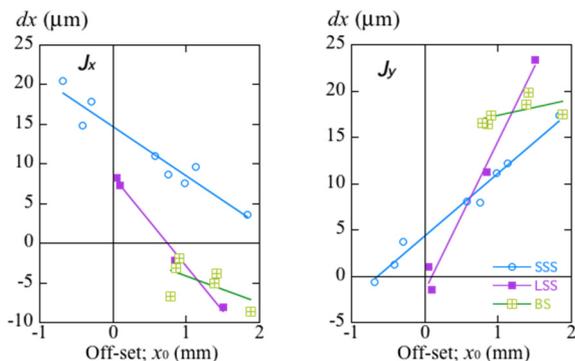


Figure 2: BPM off-set dependence of the orbit shift by the increase of  $J_x$  and  $J_y$ .

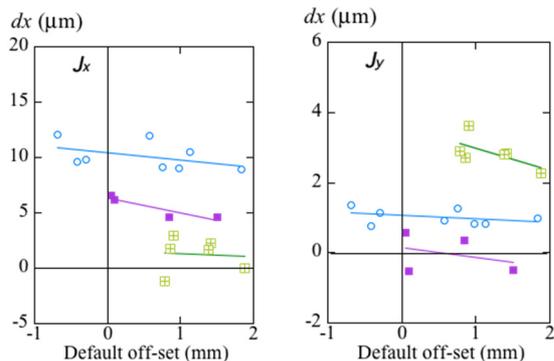


Figure 3: Default BPM off-set dependence of the orbit shift with zero off-set.

全ての BPM off-set をゼロに設定することで、電子ビームが理想軌道ではなく BPM 中心を通るようにして ADCS を測定した。Figure 3 に示すように測定値のばらつきが減少し、off-set がばらつきの原因であったことを確認できた。Figure 3 は off-set なしの測定なので、横軸は通常運転時に設定する off-set 値である。この測定ではリングオブティクスの対称性が崩れ、ADCS が多少歪んでしまう。従って、off-set を設定した状態で ADCS を測定し、その測定結果に off-set 依存の補正を加える方法が最もすっきりした ADCS 測定結果となる。

式(14)から  $x_{FALSE}/x_0$  は、それぞれ  $J_x$  と  $J_y$  によるシフトは BPM 位置の  $\beta_x$  と  $\beta_y$  に比例することを示す。Figure 2 に示したグループ毎の直線の傾きを、各グループの平均  $\beta$  に対してプロットした結果が Figure 4 である。誤差の範囲で比例関係が成立している。式(15)からの傾きの予測値がそれぞれ  $-0.42 \mu\text{m}/\text{mm}/\text{m}$  と  $+0.66 \mu\text{m}/\text{mm}/\text{m}$  であるのに対して、Figure 4 の直線は  $-0.51 \mu\text{m}/\text{mm}/\text{m}$  と  $0.62 \mu\text{m}/\text{mm}/\text{m}$  であった。基本原理の確認としては十分な精度で合っているといえる。

$J_x$  に対しては、2種類の変化  $\Delta J_x$  に対して測定を行い、シフト量が  $J_x$  変化に比例することを確認した。結果は Figure 5 に示すように、予想どおりの比例関係を得た。

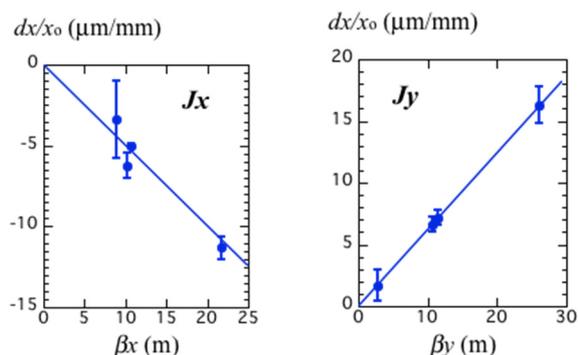


Figure 4: Dependence of position shift coefficients on  $\beta$ . Here  $\Delta J_x = 0.07 \mu\text{m}$  and  $\Delta J_x = 0.11 \mu\text{m}$ .

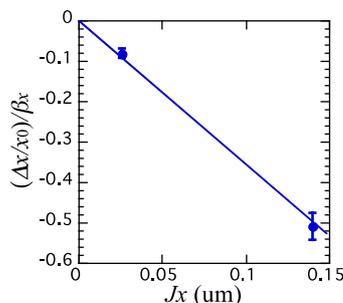


Figure 5: Dependence of the shift coefficients on  $J_x$ .

#### 4. 補遺

NewSUBARU の場合、1GeV top-up 運転時と 1.5GeV 運転時ではビームサイズが異なるが、同じ BPM 信号を使って COD 補正を行っているために、 $10 \mu\text{m}$  オーダーで 1GeV と 1.5GeV でビーム軌道が異なってしまうはずである。

#### 参考文献

- [1] Y. Shoji, Phys. Rev. ST-AB 13, 060702 (2010).
- [2] R. H. Miller, J. E. Clendenin, M. B. James, and J. E. Sheppard, in Proceedings of the 12th International Conference on High-Energy Accelerators (HEAC'83) Fermilab, 1983 (Fermilab, Illinois, 1983), pp. 603–605.
- [3] T. Suwada, Jpn. J. Appl. Phys. 40, 890 (2001).
- [4] T. Suwada, M. Satoh, and K. Furukawa, Phys. Rev. ST-AB 6, 032801 (2003).
- [5] K. Yanagida, S. Suzuki, and H. Hanaki, Phys. Rev. ST-AB 15, 012801 (2012).
- [6] 例えば、A. Chao, "Coherent Instabilities Relativistic Bunched Beams", AIP CP105, Physics of High Energy Accelerators (SLAC Summer School, 1982).
- [7] Y. Shoji, et al., "Single Pass Beam Position Monitor System of NewSUBARU", Proc. of PAC'01 (Chicago, 2001)
- [8] "Log-ratio Beam Position Monitor User's Manual Rev.1.0", BERGOZ Instrumentation.