

## シンクロトロン「内在リップル」について

### STUDY OF THE 'INTRINSIC RIPPLES' IN SYNCHROTRON

白壁義久<sup>#, A)</sup>, アレクサンダー・モロドゼンツェフ<sup>B)</sup>, 森義治<sup>C)</sup>, 武藤正文<sup>C)</sup>, 堺高見<sup>D)</sup>, 山崎長治<sup>D)</sup>, 吉野輝雄<sup>D)</sup>  
Yoshihisa Shirakabe<sup>#, A)</sup>, Alexander Molodzhentsev<sup>B)</sup>,

Yoshiharu Mori<sup>C)</sup>, Masayuki Muto<sup>C)</sup>, Takami Sakai<sup>D)</sup>, Choji Yamazaki<sup>D)</sup>, Teruo Yoshino<sup>D)</sup>

<sup>A)</sup> KEK High Energy Accelerator Research Organization, <sup>B)</sup> Institute of Physics, Academy of Sciences of Czech Republic

<sup>C)</sup> Research Reactor Institute, Kyoto University, <sup>D)</sup> TMEIC Toshiba Mitsubishi-Electric Industrial Systems

#### Abstract

We report on the 'Intrinsic Ripples' in synchrotron that we recently discovered. In synchrotrons, it is generally required that the magnetic field ripples are within the order of  $1e-6$  in order to realize stable beam accelerations. Even today, after 70 years of the discovery of the synchrotron principles, the generation mechanism of the magnetic field ripples are not sufficiently clarified yet. As a first step to clarify the mechanism, we assumed an ideal magnet power supply with no ripples, and we investigated how the ripples are generated when this ideal acceleration pattern current is applied to the magnet load systems. As a result, we discovered, first time in the world, that even with the no-ripple pattern current, the ripples occur in the magnetic field, that we defined as the 'intrinsic ripples' and reported in a journal. The 'intrinsic ripples' unavoidably occur where the inductance and the capacitance of the magnet load systems constitute the harmonic oscillator system, and the pattern current is applied as an external vibromotive force. Its amplitude is obtained with a simple formula, which is defined by the inductance and capacitance of the load, and the current pattern. At the same time, the parallel damping resistors and the interconnection capacitance are essentially important as largely influential elements upon the 'intrinsic ripples', and their characteristics are explained based on the realistic example of the J-PARC Main-ring.

#### 1. はじめに

加速器では「ビームの安定な加速」が最重要の課題である。シンクロトロンでこれを妨げる要因は種々有り得るが、一番基本的なのはビームを導く偏向・収束等の電磁石内での磁場リップルである。安定な加速を実現するには、一般に磁場リップルの大きさは  $1e-6$  台かそれ以下が望ましいとされている。

磁場リップルの発生・伝播機構は、シンクロトロン原理の発明から70年を経た今日でも十分明らかになっていない。その根本的な原因は、多数接続された電磁石回路が複雑な高階微分方程式系を作り、解析的に解が得られず現象の理解が困難な点にある。

解析的な解明の第1歩として、無リップルの理想的な電磁石電源を仮定し、この理想的加速パターン電流が電磁石負荷系に流された時にどのようなリップルが発生するかを調べた。その結果、例え無リップルのパターン電流であっても磁場にリップルが発生する事が世界で初めて発見され、これを「内在リップル(Intrinsic ripples)」と定義し論文発表した<sup>[1], [2], [3]</sup>。なお、これが最初に見い出され報告されたのは2012年加速器学会年会(大阪)に於いてである<sup>[4]</sup>。

「内在リップル」は、電磁石負荷系のインダクタンスとキャパシタンスが調和振動系を作っている所に、外部起振力としてパターン電流が流されることで不可避的に発生する。その振幅は簡単な表式で得られ、負荷系の持つインダクタンス、キャパシタンス、及び電流パターンによって決められている。ま

<sup>#</sup> yoshihisa.shirakabe@kek.jp

た「内在リップル」に大きく影響を及ぼす要素として、並列ダンピング抵抗と配線系キャパシタンスも極めて重要であり、その性質も J-PARC Main-ring の具体例に基づいて調べられた。以下では上記論文で報告された「内在リップル」の発生原理を略述する。頁数の制約で説明は舌足らずとならざるを得ないが、不明な部分は元論文に当たって戴ければ幸甚である。

#### 2. 電磁石負荷回路系と電流パターン

シンクロトロンでは、数多くの電磁石をグループ化し、便宜的にファミリーと呼んでいる。一つのファミリーは数~数十台の同一電磁石を配線(バスバー or ケーブル)で繋ぎ、1台の電源で励磁する。

J-PARC Main-ring のファミリーの例をいくつか Table 1 に示す。それぞれの電磁石と配線は、各々固有のインダクタンス  $L$ 、抵抗  $R$ 、キャパシタンス  $C$  を有する。これらのパラメータを用いると、ひとつのファミリーの回路図は模式的に Figure 1 のように描ける。回路は  $N$  個の負荷(=電磁石 or 配線)から成る。 $n$  番目負荷の本体  $L_n$  とキャパシタンス  $C_n$  に

Table 1: Example of Magnet Families: J-PARC 50 GeV MR dipoles and quadrupoles. The magnets are connected by shielded cables, resulting in large total capacitance.

	N	Length	L	R	C	Cable	Total
	units	[m]	[mH]	[mΩ]	[nF]	[nF]	[nF]
BM1	16	5.85	103.5	42.5	50.0	2920	3720
QFN	48	1.56	59.7	39.2	18.7	2710	3608
QDT	6	1.86	67.7	39.6	22.3	490	624

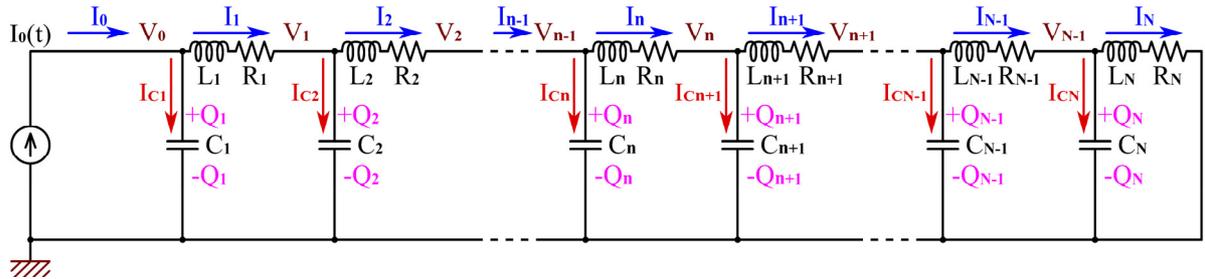


Figure 1: The schematic circuit model of one magnet family. The N components include both the magnets and the connections. The current source  $I_0(t)$  supplies the ideal magnet ramp current with no ripples.

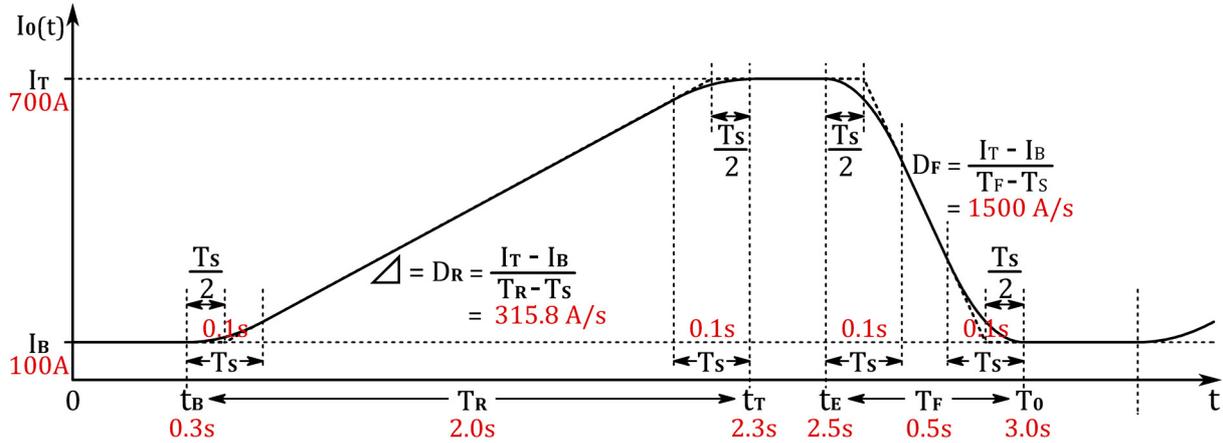


Figure 2: Simulated current ramp pattern for the QFN magnets. The pattern generally simulates the initially designed MR ramp pattern in the 30 GeV operations. The 1s repetition pattern is assumed to shrink horizontally by one third.

はそれぞれ電流  $I_n$  と  $I_{Cn}$  が流れる。

電源電流  $I_0(t)$  は、Figure 2 で示す様に周期  $T_0$  で無リップルの理想的パターン電流であるとする。 $I_0(t)$  と  $n$  番目負荷電流  $I_n$  との差は、両者間のキャパシタンスへ流れ出る電流和に等しい。即ち  $n$  番目の負荷での電流偏差  $I_0 - I_n$  は次式で表される。

$$I_0 - I_n = \sum_{m=1}^n I_{Cm} \quad (1)$$

上式を用いると、基本的な回路方程式はキャパシタンス電流  $I_{Cn}$  のみを用いて次式で表せる ( $n=1$  to  $N$ )。

$$\sum_{m=1}^n \dot{I}_{Cm} + 2\lambda_n \sum_{m=1}^n I_{Cm} + \omega_n^2 I_{Cn} - \omega_n'^2 I_{Cn+1} = \dot{I}_0 + 2\lambda_n I_0 \quad (2)$$

ここで  $\omega_n$  等の定数は以下のように定義される。

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{L_n C_n}}, \quad \omega_n' = \frac{1}{\sqrt{L_n C_{n+1}}} \quad [\text{rad/s}] \quad (3)$$

: LC 振動の角振動数

$$\lambda_n = \frac{R_n}{2L_n} \quad [1/s] \quad (4)$$

: 減衰定数

$$\omega_N' = 0, \quad I_{CN+1} = 0. \quad (5)$$

微分方程式(2)は、 $N \geq 2$  の場合解析解を得る事が現実的に不可能である。回路の振舞を知るには数値シミュレーションに依るしかない。

単一負荷回路( $N=1$ )の場合、 $I_{C1}$  に関する単一の 2

階微分方程式(6)が得られ、これは解析的に解ける。

$$\ddot{I}_{C1} + 2\lambda_1 \dot{I}_{C1} + \omega_1^2 I_{C1} = \dot{I}_0 + 2\lambda_1 I_0 \quad (6)$$

式(6)は、左辺が減衰調和振動系、右辺が強制起振力を表し、後者が回路全体に強制振動をもたらす。パターン電流が流れると、この振動は不可避である。

### 3. 単一負荷回路、複数負荷回路

#### 3.1 単一負荷回路

$N=1$  の単一負荷回路では、式(6)の解が得られ、回路の振舞が解析的に判る。 $L_1=10$  mH,  $C_1=10$  nF,  $R_1=10$ mΩ の場合を Figure 3 に示す。Fig. 3(a)は電源電流  $I_0$ 、(b)はキャパシタンス電流  $I_{C1}$  を示す。電流パターンの各区間{0}~{8}での  $I_0$  と  $I_{C1}$  は全て式で表され<sup>[1]</sup>、例えば区間{1}では以下のような表式となる。

$$I_0(t) = I_B + \frac{D_R}{T_S} \frac{(t-t_B)^2}{2}, \quad (7)$$

$$I_{C1}(t) = \frac{D_R}{\omega_1^2 T_S} \left\{ (1 - 4\zeta^2) + 2\lambda_1(t-t_B) - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} \cdot \cos(\sqrt{1-\zeta^2} \cdot \omega_1(t-t_B) - \phi_1) e^{-\lambda_1(t-t_B)} \right\}, \quad (8)$$

$$\zeta = \frac{\lambda_1}{\omega_1}, \quad \phi_1 = \text{Tan}^{-1} \left( \frac{3 - 4\zeta^2}{1 - 4\zeta^2} \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \right). \quad (9)$$

Fig. 3(c)~(h)は、各区間{0}~{8}の境界での 1ms 区間の  $I_{C1}$  を示す。グラフで黒の実線は解析解、赤点線は Spice による数値解で、両者は良く一致する。

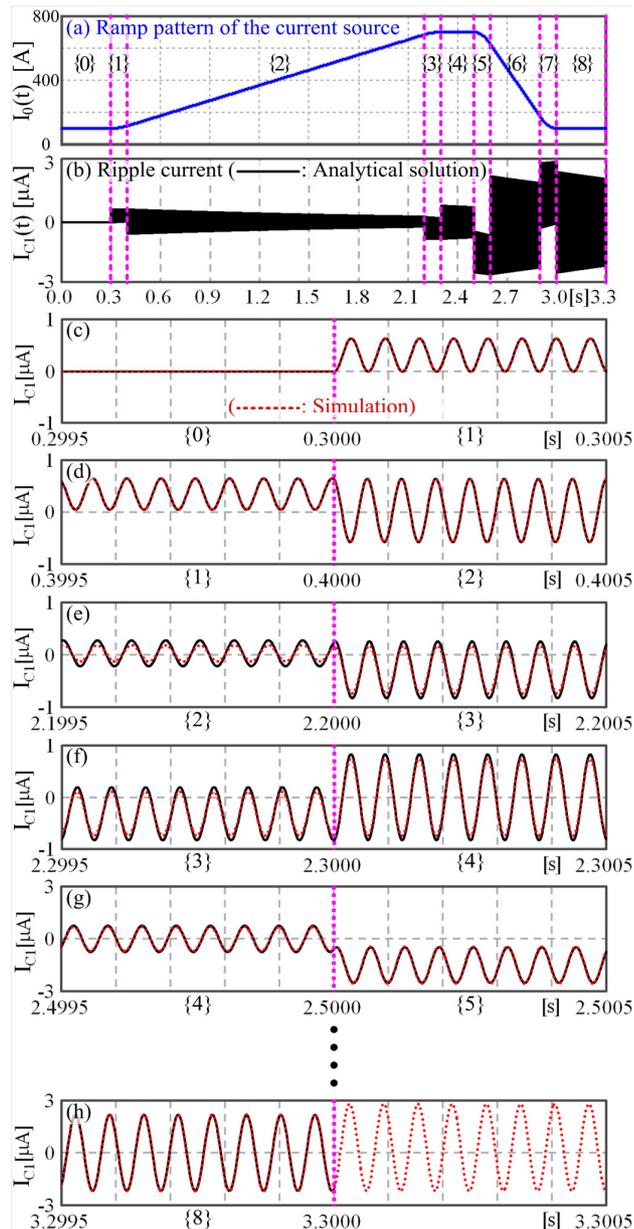


Figure 3: The ripple current in the single load circuit. The assumed parameters are  $L_1=10$  mH,  $C_1=10$  nF,  $R_1=10$  mΩ.

区間{1}での解(8)、及び他区間での解析解<sup>[1]</sup>から判る通り、 $I_{C1}$ の振幅は次の表式  $I_{CR}$  (電流上昇時)、 $I_{CF}$  (下降時) で得られる。式中 $D_R$ 、 $D_F$ は、Fig. 2 に示す通り、電流上昇時・下降時の傾きを表す。

$$I_{CR} \equiv \frac{D_R}{\omega_1^2 T_S} = L_1 C_1 \frac{D_R}{T_S}. \quad (10)$$

$$I_{CF} \equiv \frac{D_F}{\omega_1^2 T_S} = L_1 C_1 \frac{D_F}{T_S}. \quad (11)$$

上2式は、内在リップル振幅を与える重要な公式で、式(6)の解析解から初めて得られたものである。

### 3.2 複数負荷回路

$N \geq 2$  の複数負荷回路では、微分方程式(6)は現実的に解けないが、Fig. 3 で示された通り数値解と解

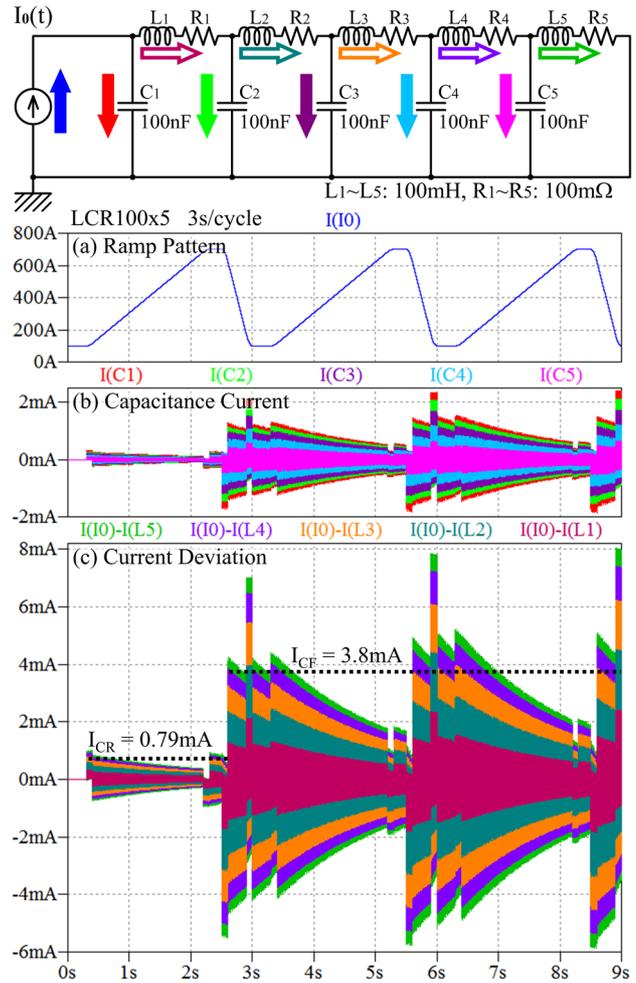


Figure 4: Simulation results for the five module circuit. The three graphs are, from top to bottom, (a) the ramp pattern of the current source  $I_0$ , (b) the currents through the capacitance  $C_1$  to  $C_5$ , and (c) the current deviations of the magnets  $L_1$  to  $L_5$ , respectively.

析解の一致は良いので数値解から振舞が調べられる。

Figure 4 では 100 mH, 100 nF, 100mΩ の 5 つの同じ負荷を繋ぎ、無リップルのパターン電流  $I_0(t)$  を流している。Fig. 4(a)は 3s 周期の  $I_0(t)$  を 3 サイクル分、(b)は各負荷のキャパシタンス電流  $I_{Cn}$ 、(c)は各負荷での電流偏差  $I_0 - I_n$  ( $n=1$  to 5) のプロットを示す。

内在リップル振幅の公式(10)・(11)は、複数負荷の場合でも有効であることが示されている<sup>[1]</sup>。インダクタンスとキャパシタンスの総和 500 mH, 500 nF を (10)・(11)の  $L_1$ ,  $C_1$  に代入したときの  $I_{CR}$ ,  $I_{CF}$  を Fig. 4(c)に示す。公式(10)・(11)から得られた値が、良く内在リップル振幅を再現していることが判る。

Table 2: Parameters for the Cable and the Bus-bar

	$r_o$	$r_i$	$\mathcal{L}$	$\mathcal{C}$	$\mathcal{R}$
	[mm]		[μH/m]	[nF/m]	[mΩ/m]
Cable	15.9	13.5	0.034	0.74	0.0296
Bus-bar	500	20	0.64	0.017	0.013

Table 3: Simulated Parameters for the QFN Magnets and the Cables

QFN Family	Amount	L	C	R
magnet	1/2 unit	29.9 mH	9.4 nF	19.6 mΩ
magAn, Bn	1/2 x 8	239 mH	74.8 nF	157 mΩ
Magnet Total	48 unit	2868 mH	898 nF	1884 mΩ
cabA1, B1	191.6 m	6.52 μH	142 nF	5.68 mΩ
cabA2, B2	203.2 m	6.90 μH	151 nF	6.02 mΩ
cabA3, B3	319.3 m	10.86 μH	237 nF	9.46 mΩ
cabA4, B4	203.2 m	6.90 μH	151 nF	6.02 mΩ
cabA5, B5	319.3 m	10.86 μH	237 nF	9.46 mΩ
cabA6, B6	203.2 m	6.90 μH	151 nF	6.02 mΩ
Cable Total	2880 m	97.88 μH	2138 nF	85.32 mΩ
Family Total		2868 mH	3036 nF	1969 mΩ

Table 4: Parameters for the QFN Magnets and the Bus-bars

QFN Family	Amount	L	C	R
magnet	1/2 unit	29.9 mH	9.4 nF	19.6 mΩ
magAn, Bn	1/2 x 8	239 mH	74.8 nF	157 mΩ
Magnet Total	48 unit	2868 mH	898 nF	1884 mΩ
busA1, B1	191.6 m	127 μH	3.26 nF	2.49 mΩ
busA2, B2	203.2 m	130 μH	3.45 nF	2.64 mΩ
busA3, B3	319.3 m	204 μH	5.43 nF	4.15 mΩ
busA4, B4	203.2 m	130 μH	3.45 nF	2.64 mΩ
busA5, B5	319.3 m	204 μH	5.43 nF	4.15 mΩ
busA6, B6	203.2 m	130 μH	3.45 nF	2.64 mΩ
Busbar Total	2880 m	1850 μH	48.9 nF	37.42 mΩ
Family Total		2870 mH	947 nF	1921 mΩ

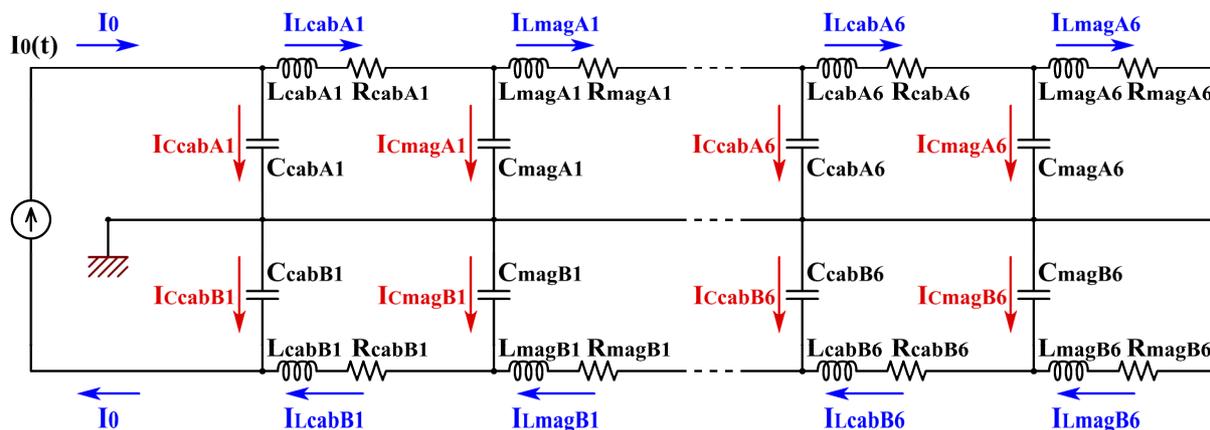


Figure 5: Schematic circuit of the J-PARC MR QFN magnets. In the simulation, the 48 magnet units are divided into six groups. The cables are also grouped into six bunches of loads.

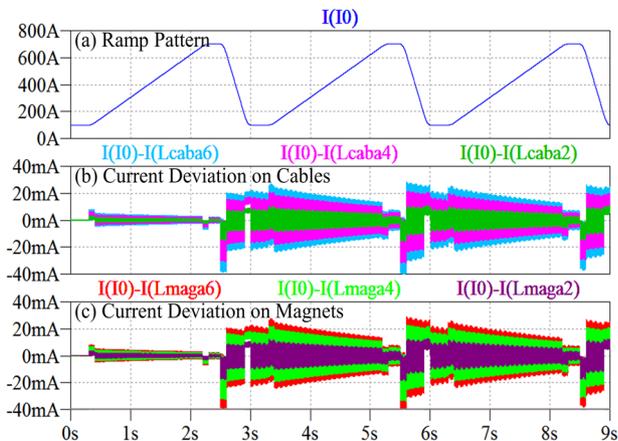


Figure 6: Simulated results for the J-PARC MR QFN magnet family with the cable connections.

#### 4. 配線系キャパシタンス、並列ダンピング抵抗

##### 4.1 配線系キャパシタンス

2.で触れたように、一つの電磁石ファミリーの中では、電源と電磁石は配線系で繋がれる。配線系も固有の L, C, R を持つので、負荷系の一部を成している。配線系の L, C, R は、Table 2 に示すようにケーブルとバスバーとで大きく異なっている<sup>[2]</sup>。特にケーブル(断面 500mm<sup>2</sup>)のキャパシタンスはバスバーの 44 倍、0.74nF/m という巨大な値を持つ。

##### 4.2 J-PARC MR QFN ファミリーでの例

J-PARC MR では、シンクロトロンの世界標準であるバスバー配線<sup>[1]</sup>の当初設計<sup>[5]</sup>が、建設時に配線のみケーブルに急遽変更された<sup>[6], [7]</sup>。結果として Table 1 に示した通り、全ファミリーでキャパシタンスが巨大になっている。MR のファミリーの典型例である QFN で、L, C, R の値を Table 3 (ケーブル)、Table 4 (バスバー)に示す<sup>[2]</sup>。ここではシミュレーションの簡略化上、Figure 5 に示す様に 48 台の磁石を 8 台ずつ 6Gr に纏めている。Table 4 のバスバー L, C, R は全て電磁石より遥かに小さく、これがシンクロトロンでバスバー配線を採用の本質的根拠である<sup>[2]</sup>。ケーブル配線された時点での QFN の内在リップルを Figure 6 に示す。100~700A のパターン電流に対し 20mA 程の内在リップルが発生しており、1e-4 台の振幅となっている。Fig. 6(b)ケーブル内と(c)電磁石内とで、リップル振幅はほぼ同等である。

##### 4.3 並列ダンピング抵抗の効果

リップルを軽減する手段として、電磁石に並列にダンピング抵抗が Figure 7 のように接続される。これは減衰調和振動系(2)に対し摩擦力を入れて減衰を速めるのに等しい。電磁石のキャパシタンス  $C_n$  に対しダンピング抵抗  $r_n$  を繋ぐと、減衰定数  $\lambda_n$ (4)は次式のように  $\lambda'_n$ へと変わる<sup>[2]</sup>。

$$\lambda'_n = \lambda_n + \frac{1}{2r_n C_n} \quad (12)$$

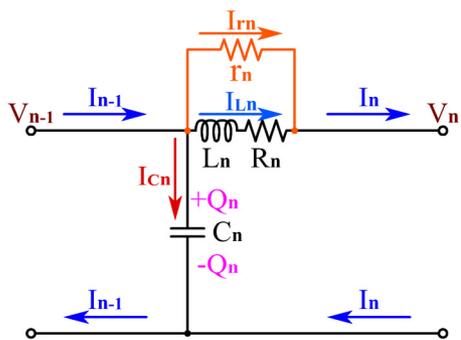


Figure 7: The nth load with a parallel resistor  $r_n$ .

$C_n$ は数十 nF の微小値なので、通常の抵抗値  $r_n$  で  $\lambda'_n$  は  $\lambda_n$  より遥かに大きくなり、減衰が格段に速まる。79Ωのダンピング抵抗を繋いだ現状 QFN での内在リップルを Figure 8 に示す。減衰が速いので 1 周期分で良い。Fig. 8(b)・(c)は電流偏差の比率を対数で示す。ケーブル内(b)では加速初期  $1e-5$  台に収まっている。しかし  $r_n$  へ流れる電流に依り、電磁石内(c)では加速初期  $1e-3$  台となっている。繰返しを 1s に速めると、Figure 9 のように電流偏差は更に増大する。

## 5. まとめ

シンクロトロンで「内在リップル」の存在が見出された。その振幅は  $L \cdot C \cdot D / T_s$  で得られる。ダンピング抵抗を用いると内在リップルは軽減できるが、電流偏差を増大させる悪影響を及ぼす。繰返しを速めると、内在リップルに依る電流偏差は更に悪化する。高繰返し化の有効性は厳格な証明を要する。

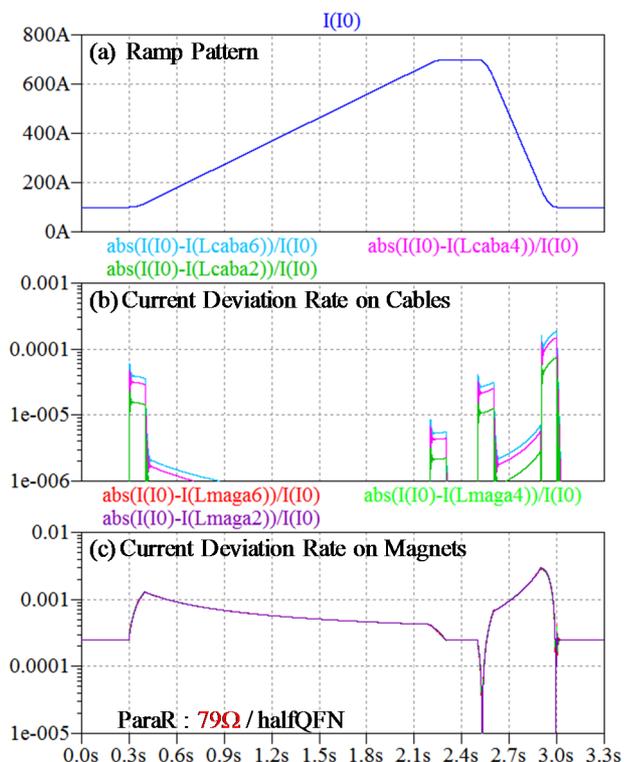


Figure 8: QFN magnet simulations with the logarithmic scales. The deviation rates exceed  $1e-3$  on the magnets.

## 参考文献

- [1] Y. Shirakabe, et al., "Study of Transient Ripple in Synchrotron," IEEE Transactions on Nuclear Science, vol. 61, Issue 5, Part 2, Oct. 2014, pp. 2579-2587. <http://ieeexplore.ieee.org/xpl/articleDetails.jsp?arnumber=6895313>
- [2] Y. Shirakabe, et al., "Study of Transient Ripple in Synchrotron - Practical Applications," *ibid.*, pp. 2588-2594. <http://ieeexplore.ieee.org/xpl/articleDetails.jsp?arnumber=6895320>
- [3] Y. Shirakabe, et al., "Numerical Study of Intrinsic Ripples in J-PARC Main-ring Magnets" Proc. of Int'l Particle Accelerator Conf., Dresden, June 2014, pp. 1256-1258. <http://accelconf.web.cern.ch/AccelConf/IPAC2014/papers/tupro093.pdf>
- [4] Y. Shirakabe, "Simplified Analytical Approach to the Beam Ripple Generation Mechanism of the J-PARC MR Slow Extraction Beams," Proc. of the 9th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan, Toyonaka, Japan, Aug. 2012, pp.541-545. [http://www.pasj.jp/web\\_publish/pasj9/proceedings/PDF/WEPS/WEPS064.pdf](http://www.pasj.jp/web_publish/pasj9/proceedings/PDF/WEPS/WEPS064.pdf)
- [5] M. Muto, et al., "On J-PARC 50 GeV-MR Magnet Power Supplies" Proc. of the 14th Symposium on Accelerator Science and Technology, Tsukuba, Japan, Nov. 2003 (in Japanese), and references therein. <http://conference.kek.jp/sast03it/WebPDF/1P029.pdf>
- [6] T. Oogoe, "J-PARC 50 GeV Proton Synchrotron Main Magnets Cabling," Proc. of the Meeting on the Technical Study at KEK, Tsukuba, Nov. 2006. KEK Proceedings2006-6 (2006) p.1 (in Japanese). <http://ccdb5fs.kek.jp/tiff/2006/0625/0625006.pdf>
- [7] T. Oogoe, et al., "Status and Schedule of J-PARC 50GeV Synchrotron (3)," Proc. of the 4th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan, Wako, Japan, Aug. 2007, p.221 (in Japanese). [http://www.pasj.jp/web\\_publish/pasj4\\_lam32/PASJ4-LAM32%20%28D%29/contents/PDF/WP/WP03.pdf](http://www.pasj.jp/web_publish/pasj4_lam32/PASJ4-LAM32%20%28D%29/contents/PDF/WP/WP03.pdf)

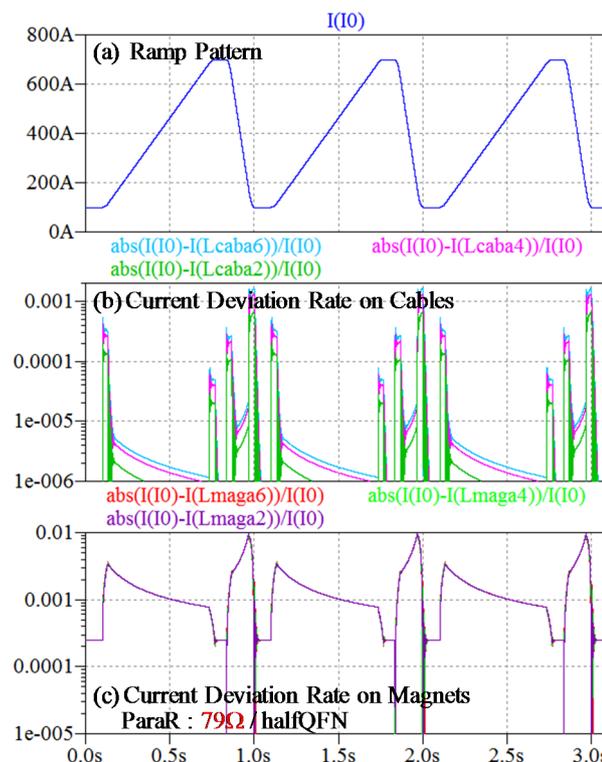


Figure 9: QFN magnet simulations with the 1s repetition cycle. The deviation rates are increased from the 3s case.