

電子蓄積リングにおけるラジエータワイヤによるクーロン散乱が制動放射高エネルギー γ 線に与える影響

IMPACT OF COULOMB SCATTERING IN RADIATOR WIRE ON BREMSSTRAHLUNG GAMMA RAY IN AN ELECTRON STORAGE RING

武藤 俊哉[#], 浜 広幸, 石川 貴嗣, 神田 浩樹, 柏木 茂, 日出 富士雄, 南部 健一, 長澤 育郎, 高橋 健,
東谷 千比呂, 小林 恵理子, 齊藤 寛峻, 柴崎 義信

Toshiya Muto[#], Hiroyuki Hama, Takatsugu Ishikawa, Hiroki Kanda, Shigeru Kashiwagi, Fujio Hinode, Kenichi Nanbu,
Ikuro Nagasawa, Ken Takahashi, Chihiro Tokoku, Eriko Kobayashi, Hirotooshi Saito, Yoshinobu Shibasaki
Research Center of Electron Photon Science (ELPH), Tohoku University

Abstract

Bremsstrahlung gamma rays at GeV region are produced by inserting a carbon wire into an electron storage ring for Nuclear Physics experiments at Research Center of Electron Photon Science, Tohoku University. The measured gamma ray profiles were inconsistent with the predicted one based on the beam emittance in the ring. Coulomb scattering from the carbon wire would affect the transverse distribution of electrons in the ring. In this paper, we report the impact of Coulomb scattering from the target wire on Bremsstrahlung gamma ray and compare the profile of the gamma ray to the measured one.

1. はじめに

東北大学電子光物理学研究センターでは電子蓄積リング内にカーボンワイヤを挿入して制動放射ガンマ線を生成し、GeV 領域の物を標識化して原子核実験に利用している。制動放射ガンマ線のプロファイル測定では、蓄積リングのエミッタンスから予測されるサイズよりも大きなガンマ線ビームサイズが観測された。原因としてラジエータとのクーロン散乱がビームに影響を与えていることが考えられるのでその効果を評価する。

2. 制動放射ガンマ線

電子光物理学研究センターの電子蓄積リング(BST リング)にはカーボンワイヤ(ラジエータ。直径 11 ミクロン)をビームラインに挿入して電子ビームと衝突させておこる制動放射から得られるガンマ線を利用するビームラインが2本ある^{[1][2]}。これらの生成ガンマ線は反跳電子をとらえることでエネルギーの標識化が行われている。この標識化された GeV 領域のガンマ線を原子核実験等に用いている。

制動放射の微分断面積 $d^2\sigma/dkdx$ は Schiff によって与えられている^[3]。

$$\frac{d^2\sigma}{dkdx} = \frac{4Z^2}{137} \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \frac{x}{k} \left\{ \frac{16x^2 E}{(x^2+1)^4 E_0} - \frac{(E_0+E)^2}{(x^2+1)^2 E_0^2} + \left[\frac{E_0^2+E^2}{(x^2+1)^2 E_0^2} - \frac{4x^2 E}{(x^2+1)^4 E_0} \right] \log M(x) \right\} \quad (1)$$

ここで k は散乱光子のエネルギー、 x は換算角度 $x = \gamma\theta$ 、 Z は標的の原子番号(=6)、 E_0 は入射電子のエネルギー、 E は反跳電子のエネルギーを表す。式(1)中の $M(x)$ は

$$\frac{1}{M(x)} = \left(\frac{mc^2 k}{2E_0 E} \right)^2 + \left(\frac{Z^{1/3}}{111(x^2+1)} \right)^2$$

である。1 GeV 付近の散乱光子の角度分布は式(1)から Figure 1 のようになる。Figure 1 にあるように 1GeV 付近の散乱光子の角度分布は大きく変わらない。

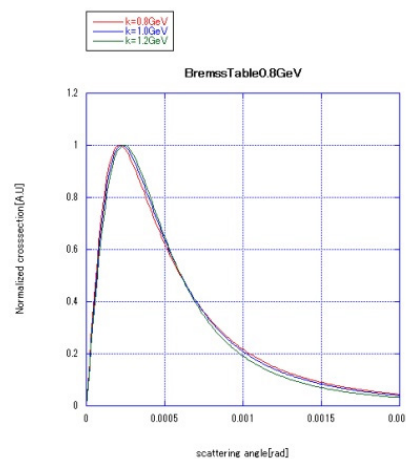


Figure 1: Angular distribution of Bremsstrahlung gamma ray from the 1.3 GeV circulating electrons. The red, blue, green show the gamma ray energies of 0.8, 1.0, 1.2 GeV, respectively. Each intensity is normalized so that the maximum should be 1.

[#] muto@lns.tohoku.ac.jp

一方、蓄積リング中の電子ビームのパラメータは Table 1 にまとめる¹⁾。

Table 1: Parameter of the Electron Beam in the BST Ring

エネルギー E_0	1.3GeV
水平方向エミッタンス ϵ_x	140nmrad
垂直方向エミッタンス ϵ_y	$0.1\epsilon_x=14\text{nmrad}^1$
Twiss parameter @radiator	$(\beta_x, \alpha_x, \beta_y, \alpha_y) = (3.69, 1.59, 19.15, 4.46)$
Dispersion @radiator	0.449m
Dispersion @直線部	1m

以上の条件からラジエータの下流 20 m の地点で得られる制動放射ガンマ線のビームサイズは $\sigma_x=9.3$ mm (水平)、 $\sigma_y=8.7$ mm (垂直) と計算される。

下流 20m の地点に設置した 3 mm 角のシンチレーションファイバーで構成されたホドスコープを使ったガンマ線 BPM の測定結果を Figure 2 に示す。Figure 2 よりガンマ線のビームサイズは $\sigma_x=10.78$ mm (水平)、 $\sigma_y=12.64$ mm (垂直) と求められ前述の計算値とは一致しないことが分かった。

このことから生成される制動放射ガンマ線は単純に蓄積リングによって決まる固有エミッタンスを持つ電子ビームが直接ラジエータに当たって放出されるのではなく、ラジエータを入れることによって電子ビームになんらかの影響を与えられているということが分かった。

3. クーロン散乱

電子ビームに影響を与えるものとしてラジエータ物質との弾性散乱であるクーロン散乱が考えられる。また、クーロン散乱と同様に低エネルギーガンマ線の制動放射もビームに影響を与えたと考えられるが Table 1 に示した通りラジエータの場所で 0.449 m の運動量分散を与えているので制動放射エネルギーを失った電子は再びラジエータを通過することはないのでここでは無視できる。クーロン散乱の微分断面積は Mott の散乱公式⁵⁾として知られ、電子が相対論的($\beta \sim 1$)であるとする

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z^2 \alpha^2 (\hbar c)^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}}{4E_0^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad (3)$$

と表される。ここで α は微細構造定数、 E_0 は電子ビームのエネルギー、 θ は散乱角である。式(3)を φ 方向に積分すると

$$\frac{d\sigma}{d\theta} = \frac{\pi Z^2 \alpha^2 (\hbar c)^2}{E^2} \tan^{-3} \frac{\theta}{2} \quad (4)$$

となる。式(4)からわかるように微分断面積 $d\sigma/d\theta$ は $\theta \rightarrow 0$ で発散する。また全断面積 σ は

$$\sigma = \int_{\theta_s}^{\theta_f} \frac{\pi Z^2 \alpha^2 (\hbar c)^2}{E^2} \tan^{-3} \frac{\theta}{2} d\theta = \frac{2\pi Z^2 \alpha^2 (\hbar c)^2}{E^2} \left[-\frac{1}{2} \tan^{-2} \frac{\theta}{2} - \log \left| \sin \frac{\theta}{2} \right| \right]_{\theta_s}^{\theta_f} \quad (5)$$

と表すことができる。ここで θ_s 、 θ_f はクーロン散乱の考慮すべき散乱角の範囲($\theta_s < \theta < \theta_f$)を表す。考慮すべき最大の散乱角 θ_f は粒子トラッキングから決めることができる。Figure 3 に散乱角 θ のクーロン散乱をした電子の蓄積リング 1 周後の生存率を示す。Figure 3 からわかるように $\theta > 7$ mrad 以上の散乱をした電子はリング 1 周回することができない。また、生存率を考慮した平均散乱角 θ_f は 1.56 mrad と求まった。

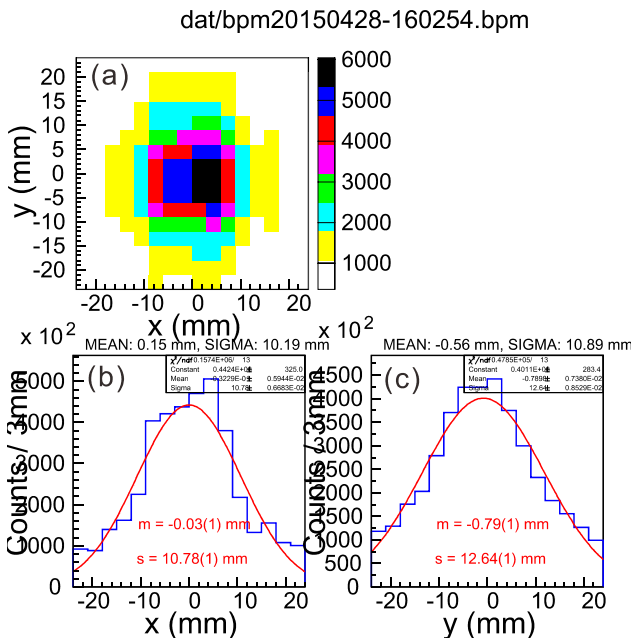


Figure 2: Measured gamma ray profile @20m downstream. (a)Gamma ray profile, (b)Horizontal distribution, (c) Vertical distribution.

¹⁾ カップリングは実測されていないがアライメント

の結果等から 0.1 以下であると考えられる。

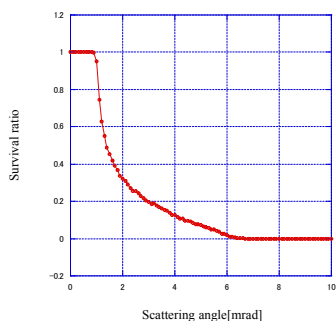


Figure 3: Survival ratio of scattering electrons in a turn.

θ_s を決める方法はいくつか考えられるがここでは散乱電子が元の電子ビームと区別できる閾値を採用する。つまり

$$\theta > \sqrt{\gamma_y \epsilon_y} = 0.124 \text{ mrad} \quad (6)$$

であり、 $\theta_s=0.124 \text{ mrad}$ をとるとする。したがって式(5)より電子ビームに影響するクーロン散乱の全断面積 $\sigma=3.53 \times 10^{-26} \text{ m}^2$ となる。

4. クーロン散乱した電子数

今、ラジエータを通過する電子の数 N_e とすると通過 1 回あたりのルミノシティ L は

$$L = \frac{N_e N_A \rho t}{A} \quad (7)$$

と表せる。ここで N_A はアボガドロ数、 ρ はターゲットの密度 ($\sim 2.0 \text{ g/cm}^3$)、 t はターゲットの厚さ、 A はターゲットの質量数 (=12) である。ターゲットは直径 $11 \mu\text{m}$ のカーボンワイヤであるがここでは簡単のため $11 \mu\text{m}$ (幅) $\times 8.64 \mu\text{m}$ (厚さ) の四角形で近似する。クーロン散乱する数 $N_{Coulomb}$ とすると

$$\begin{aligned} N_{Coulomb} &= L \sigma = \frac{N_e N_A \rho t}{A} \sigma \\ \frac{N_{Coulomb}}{N_e} &= \frac{N_A \rho t \sigma}{A} \\ &= \frac{6.02 \times 10^{23} \cdot 2.0 \times 10^6 \cdot 8.64 \times 10^{-6} \cdot 3.53 \times 10^{-26}}{12} \\ &= 0.0306 \end{aligned}$$

となる。以上の結果から通過した電子のうち 3 % 程度が大きな角度のクーロン散乱をすることがわかる。今、リングの横方向減衰時間は $5.7 \times 10^{-3} \text{ s}$ であり横方向減衰時間程度には $N_{Coulomb}$ は保存すると考えられるのでその時間での衝突回数 34337 回分程度クーロン

散乱した電子はリングに蓄積される(クーロン散乱した総電子数 $N_{all}=34337 N_{Coulomb}$)。一度クーロン散乱した電子はすべて大きなベータトロン振幅を持っているのでそのすべてが再度ラジエータを通過することができる。一方、蓄積電子ビームの場合、ラジエータがある位置よりも大きなベータトロン振幅を持っていないとラジエータを通過できない。ラジエータはビームの 4σ 程度の位置を掃引されるので、ビームの 4σ よりも大きなベータトロン振幅を持つ電子数 $N_{large \beta}$ は蓄積ビームの電子数を 1 とすると $N_{large \beta} = 6.1 \times 10^{-5} \text{ electrons}$ となる。またラジエータを通過する電子数 N_e はラジエータが $4\sigma - 0.01\sigma < x < 4\sigma + 0.01\sigma$ の範囲を覆うのでその電子数 $N_e = 2.6 \times 10^{-6}$ と求まる。したがって、ワイヤでの元のビームの通過量と一度クーロン散乱した電子の通過量の比 $N_{all}/N_{large \beta} = 45$ となりラジエータを通過する電子のほとんどが一度クーロン散乱した粒子であることと考えることができる。

5. ガンマ線プロフィール

これまでの議論から生成される GeV 領域の制動放射ガンマ線は一度クーロン散乱された電子によって生成される可能性が高いことが分かった。そこで一度ラジエータでクーロン散乱した電子が再びラジエータを通過するときの電子ビームの分布を Figure 4、再通過するまでのターン数を Figure 5 に示す。

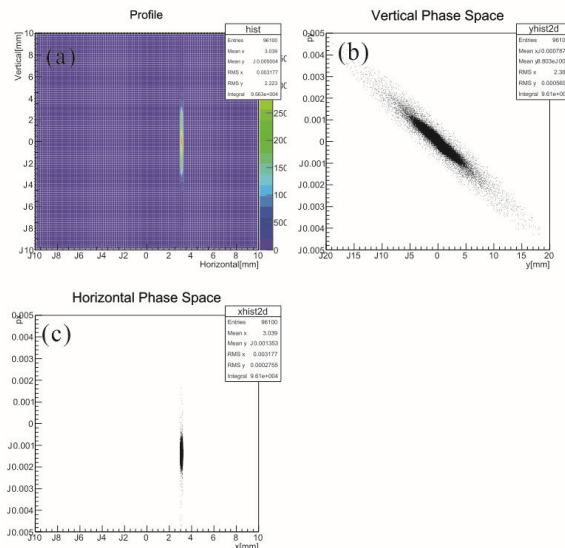


Figure 4: Profile and phase spaces of recirculating electron at the radiator position after Coulomb scattering. (a) profile, (b) vertical phase space, (c) horizontal phase space.

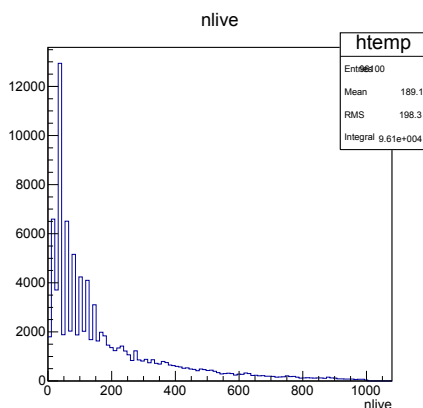


Figure 5: Number of turns for coming to the radiator again after scattering.

Figure 5 からわかるように一度ラジエータでクーロン散乱した電子はその多くは 200 ターン以内に再度ラジエータを通過する。Figure 4 の分布を持つ電子が制動放射を起こして GeV 領域のガンマ線を生成すると仮定するとガンマ線のビームサイズはラジエータの下流で Figure 6 のようになる。

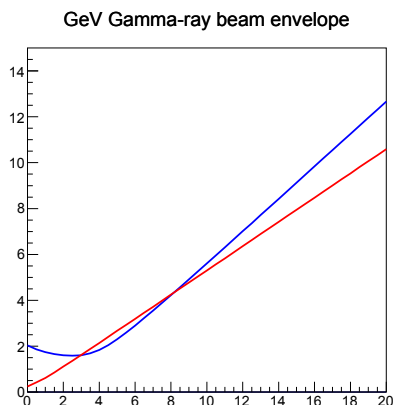


Figure 6: Gamma ray beam envelope after radiator. The red: horizontal size, the blue: vertical size.

ラジエータから 20 m の地点でのプロファイルを示す。Figure 7 からガンマ線のビームサイズは水平 10.59 mm、垂直 12.64 mm と計算された。これは Figure 2 に示した実際の測定結果 10.78 mm (水平)、12.64 mm (垂直)とよく一致している。このことから生成されるガンマ線はラジエータでクーロン散乱した電子からの制動放射によって作られると考えられる。

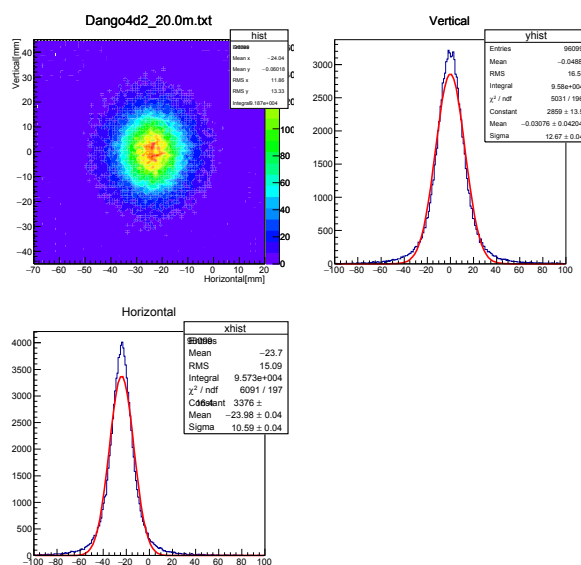


Figure 7: Calculated gamma ray profile at 20 m downstream from the radiator.

6. まとめ

電子蓄積リング内に挿入されたガンマ線生成のためのラジエータがガンマ線プロファイルにあたる影響についての考察を行った。ラジエータを挿入することによって起きるラジエータと電子ビームのクーロン散乱の影響が大きく、制動放射ガンマ線のプロファイルは蓄積リング固有の電子ビームエミッタンスでは決まらずに、一度クーロン散乱した電子の性質で決まることが分かった。クーロン散乱を考慮して計算されたガンマ線のプロファイルは実際の測定結果とよく一致していることが分かった。

参考文献

- [1] H. Yamazaki et al., Nucl. Instr. and Meth. A 536, (2010) 70.
- [2] T. Ishikawa et al., Nucl. Instr. and Meth. A 622, (2010) 1.
- [3] L.I. Schiff, Phys. Rev. 83,252(1951).
- [4] 日出富士雄他、THP005 “東北大学 1.3 GeV BST リングにおけるビーム性能の改善” in this proceedings.
- [5] N.F. Mott, Proc. R. Soc. Lond. A 127,658-665(1930).