

## 高周波構造設計における位相幾何学的手法

### TOPOLOGICAL APPROACH TO RF STRUCTURE DESIGN

影山達也<sup>#</sup>

Tatsuya Kageyama<sup>#</sup>

High Energy Accelerator Research Organization (KEK)

#### Abstract

As is well known, circular and square tubes are topologically isomorphic. Furthermore, the overall morphological characteristics of the electromagnetic modes excited in a tube certainly follow the topological properties of the tube shape. On the other hand, in terms of structural engineering and manufacturing technology, the circular and square tubes are sharply distinguished as completely different shapes. However, the fusion of these radically different perspectives may bring a certain degree of topological freedom in RF structure design and offer a flexible path to solve technical challenges. This paper presents several specific examples for topological modeling of RF structures, ranging from beam chambers with radio wave absorbers to a LOM (lower-order mode) -free crab cavity.

#### 1. はじめに

よく知られているように、円管と角管は位相幾何学的には同形とされる。また、管内に励振される電磁場モードの大局的様相は管形状の位相幾何学的性質に従う。一方、構造力学的もしくは製造技術的な観点からは、円管と角管は全く異なる「かたち」として峻別される。裏を返せば、高周波構造の設計に位相幾何学的自由度を導入することにより読者諸氏が直面（もしくは、傍観）している技術的諸問題を柔軟に回避・解決する道が開けるであろう。

本論文では高周波構造のデザインにおける位相幾何学的手法の具体例をいくつか紹介する。いずれの例も三次元 CAD・電磁場シミュレーション[1]の助けを借りた。位相幾何学ではお馴染みの例え「コーヒーカップがドーナツに変身」的なサイバー空間での「土ひねり」を楽しんで頂ければ幸いである。

#### 2. 電波吸収体付きビームチェンバー

溝付きビームパイプ (GBP: Grooved Beam Pipe) [2]の基本形の一例について、断面図と管内を伝播する最低次 TE モードの電場パターンを図 1(a)に示す。図中、内径 150 mm の円管の左右に幅 30 mm、深さ 85 mm の溝が切られている。これによって、最低次 TE 波 (この例では垂直方向に偏極した円管 TE<sub>11</sub> 波) の遮断周波数を溝無し円管の 1.17 GHz から 0.63 GHz まで下げることができる。管内を伝播する TE 波の遮断周波数を下げるだけであれば、溝の断面形状は深さ方向に直線的である必要はなく、図 1 (b), (c) の様に L 字形に曲げても良い。さらには、図 1 (d), (e) の様な T 字形分岐構造も可能である。

垂直方向だけでなく水平方向に偏極した TE モードの遮断周波数も併せて下げるには、図 2 のように三回対称の溝付き構造とすれば良い。これは図 1 (e) の構造を三回対称化したものである。垂直と水平方向に偏極した TE モードの電場パターンを図 2(a), (b)

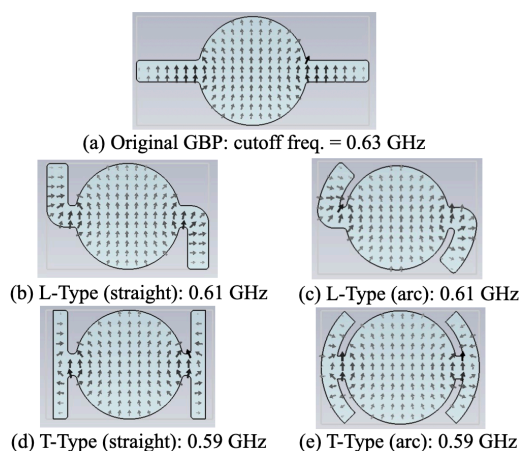


Figure 1: Grooved Beam Pipe (GBP) variations evolved from the original (a), together with the electric field pattern of the lowest TE mode on each cross section.

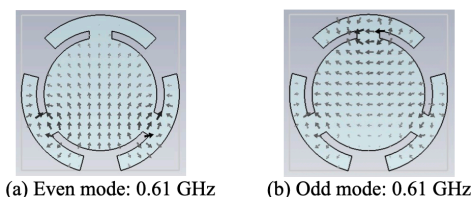


Figure 2: Electric field patterns of the lowest TE mode for vertical and horizontal polarizations in a three-fold symmetrical GBP. The left pattern is even symmetric with respect to the vertical mid-plane, and the right is odd.

にそれぞれ示す。なお、両者の遮断周波数は厳密に等しい。それは対称性の観点から明らかである。

次に、図 1 (a) に示した溝付きビームパイプ基本形において、厚さ 20 mm、幅 50 mm、長さ 400 mm の板状の電波吸収体 (炭化ケイ素) を溝内部に収める。その三次元構造を図 3 に示す。溝付きビームパイプの上・下流には内径 150 mm の円管を接続して、所謂 2 ポート構造とした。当該構造内を伝播する垂

<sup>#</sup>kageyama@post.kek.jp

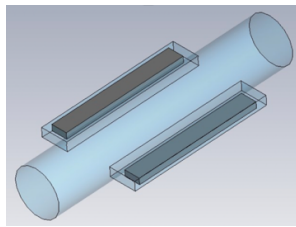


Figure 3: GBP loaded with SiC plates (shown in gray).

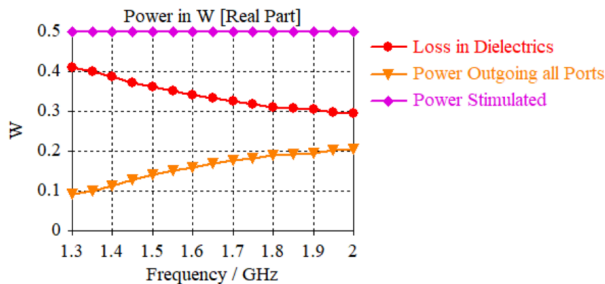


Figure 4: Simulation results for the structure in Fig. 3: When stimulated at one port (0.5 W constant), the power loss in the SiC plates and the power escaping from the structure are plotted as a function of frequency.

直偏極 TE<sub>11</sub> 波の減衰について電磁場シミュレーションを使って調べた。なお、炭化ケイ素の物性値（比誘電率、誘電正接）としては、クアーズテック株式会社（旧社名：東芝セラミックス）から供給されている炭化ケイ素セラミックス（商品名：CERASIC-B）についての測定値 [3]を採用した。図 4 にシミュレーション結果を示す。グラフ横軸の周波数下限は内径 150 mm 円管の TE<sub>11</sub> 遮断周波数 1.17 GHz より高い 1.3 GHz とし、上限は 2 GHz とした。縦軸は電力の収支を表し、入射（0.5 W 一定）、誘電体での吸収電力、吸収されずに上下流のポートから出て行った電力（透過波・反射波電力の合計）をプロットした。当該構造では 80%（1.3 GHz）から 60%（2 GHz）の電力吸収率が得られた。

電波吸収体を装荷した溝付きビームパイプの進化の一例を図 5 に示す。図中、アルファベット順に

- 直線状の溝に板状の吸収体を装荷した基本形。
- T 字分岐した溝の先を弧状に曲げ、その曲面に合わせて扇形断面の吸収体を左右それぞれの溝に装荷した構造。
- 先の二つの扇形断面の吸収体を一体化して円筒形状とした構造。この場合、真空チャンバーの金属部品を吸収体円筒の内側に冷やし嵌めで組み込む。さらに、吸収体円筒の外側には冷却水路付きの金属円筒を焼き嵌めで装着できる [4]。
- 垂直・水平方向の両偏極モードに対応すべく、電波吸収体円筒の内部の溝付き構造を三回対称とした構造。

図 5 (d) の断面形状を有する電波吸収体円筒を装荷したビームパイプの三次元構造を図 6 に示す。吸収体円筒（内径：180 mm、外径：210 mm）の軸長は

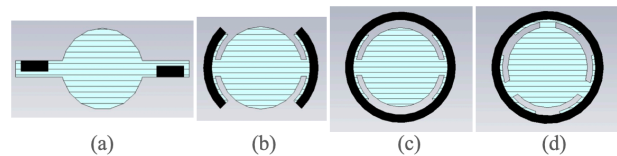


Figure 5: Variations of GBP dampers, where vacuum and SiC absorbers shown in light blue and black, respectively.

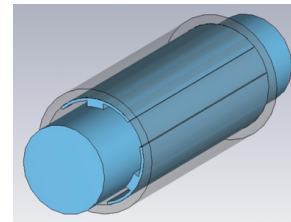


Figure 6: 3D view of three-fold symmetrical GBP shrink-fitted inside a single SiC cylinder (shown in gray).

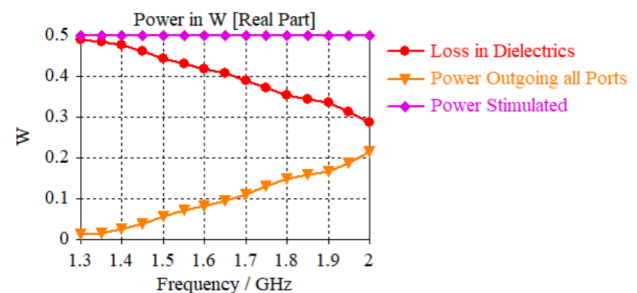


Figure 7: Simulation results for Fig. 6. When stimulated at one port (0.5 W constant), the power loss in the SiC cylinder and the power escaping from the structure are plotted as a function of frequency.

図 3 と同じく 400 mm とし、上・下流に内径 150 mm の円管を取り付けて 2 ポート構造とした。当該構造内を伝播する垂直偏極 TE<sub>11</sub> 波の減衰についてのシミュレーション結果を図 7 に示す。周波数帯域は先の基本形の例と同じにとった。当該構造での電力吸収率は 95%（1.3 GHz）から 60%（2 GHz）であり、基本形以上の減衰率が得られた。水平偏極の場合についても調べたが、垂直偏極と同様の減衰率が得られ、両者に有意な差は認められなかった。

### 3. 一对の矩形導波管を一本の同軸管に

トポロジカルな構造変形の二例目を図 8 に示す。図 8(a)は円筒空洞に扁平な矩形導波管を 6 本取り付けた高次モード減衰空洞である。円筒の軸に垂直な中央断面について鏡面对称となるように配置された 2 本の導波管を対として、計 3 対の導波管が円筒の軸周り 120°毎に配置されている。変形手順は以下の通り。一对の矩形導波管のそれぞれの断面を向かい合う内側が凹となるようにアーチ状に曲げる。すると、一对の C 字形の断面が中央面を挟んで鏡面对称

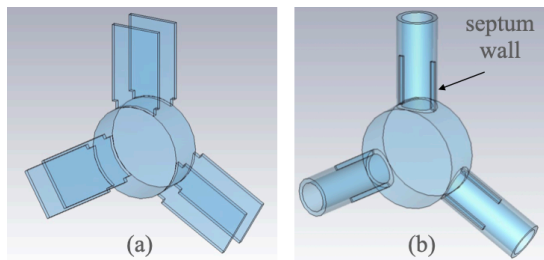


Figure 8: Transforms from three pairs of flat rectangular waveguides facing each other across the mid-plane into three coaxial ones with septum walls at each entrance.

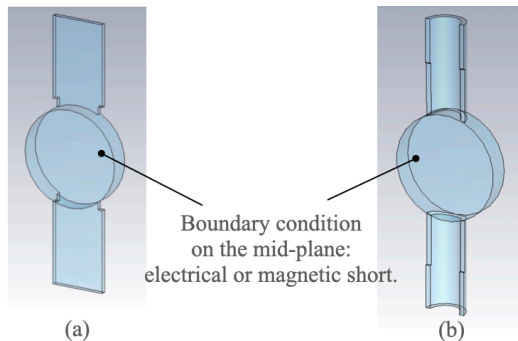


Figure 9: By limiting the dipole mode polarization to the vertical direction, the structures in Fig. 8 can be simplified and split in half at the mid-plane for simulation.

に向かい合う形となる。そして、トポロジカルな変形としては禁じ手であるが、一対の向かい合う C 字形断面を合体させて円環断面とする。即ち、一対の矩形導波管を一本の同軸管に統合する。その結果、図 8(b)のように同軸管を円筒空洞の軸周り 120°毎に計 3 本配する高次モード減衰構造が得られる。

ここで矩形導波管を伝播するモードは TE<sub>10</sub> に限定する。さて、鏡面对称に配置された一対の矩形導波管のそれぞれを伝播する TE<sub>10</sub> 波の位相関係であるが、その源の円筒空洞の高次モードの対称性が反映される。即ち、円筒空洞の軸に垂直な中央断面において磁気短絡か電気短絡かによって、一対の矩形導波管の電場パターンの偶奇性が決まる。そして、統合された一本の同軸管においては、偶の場合は TEM 波、奇の場合は TE<sub>11</sub> 波となる。後者の同軸 TE<sub>11</sub> 波の遮断周波数は矩形 TE<sub>10</sub> 波と同様に加速モード (TM<sub>010</sub>) の周波数より高く設定できる。一方、前者の TEM 波は遮断周波数が無い。これが先に述べたトポロジカル変形での禁じ手を使った副作用である。構造が中央断面について鏡面对称である限り、加速モードの TM<sub>010</sub> (対称性：奇) は同軸管の TEM (対称性：偶) には結合しない。しかし、現実には鏡面对称性の破れに因り加速モードが同軸管から漏れ出して減衰されてしまう可能性がある。これを防ぐべく、同軸管の入口から奥行き 200 mm の範囲に隔壁を設ける。

変形前後の高次モードに対する減衰効果をシミュレーションで調べるべく、先のモデルを以下の様に

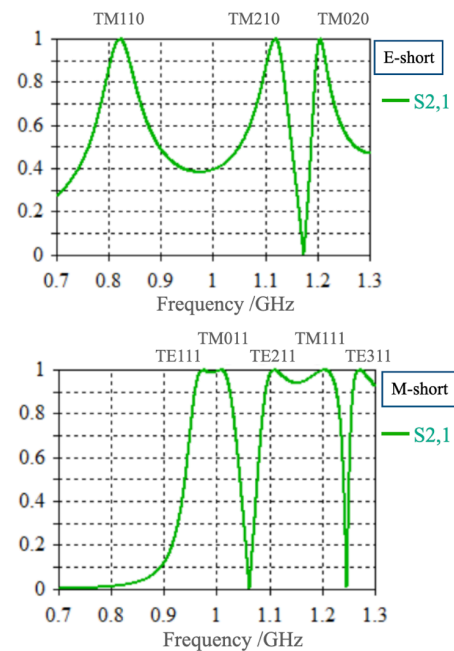


Figure 10: Simulation results for Fig. 9(a). Transmission coefficients from the upper waveguide port to the lower are plotted as a function of frequency for electrical- and magnetic-short boundary conditions on the mid-plane, respectively.

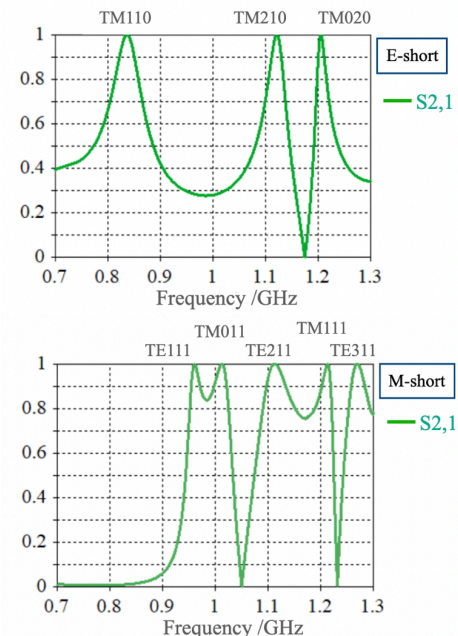


Figure 11: Simulation results for Fig. 9(b). Transmission coefficients from the upper coaxial port to the lower are plotted as a function of frequency for electrical- and magnetic-short boundary conditions on the mid-plane, respectively.



単純化した。円筒空洞の双極モードの偏極は垂直方向に限定し、空洞の上下に2対4本の矩形導波管（変形前）、もしくは2本の同軸管（変形後）を配する。さらに、図9に示したように、構造を円筒空洞の軸方向中央面で半割とする。そして、中央面において磁気短絡か電気短絡かの場合分けをして、円筒空洞の高次モードを介しての上方から下方ポートへの透過係数の周波数応答を調べた。なお、加速モード周波数は0.5 GHzとし、矩形導波管 TE10 波と同軸管 TE11 波の遮断周波数は0.62 GHz に揃えた。シミュレーションの結果を図10、図11に示す。空洞中央面が電気短絡、即ち高次モードの対称性が奇の場合は、前者の矩形導波管方式と後者の同軸管（TE11波に結合）方式の双方ともに強い減衰特性が得られている。一方、中央面が磁気短絡、即ち高次モードの対称性が偶（電場が中央で節を有する）の場合は、前者に比べて後者（同軸管 TEM 波に結合）の減衰効果が若干弱い。これについては、同軸管の内導体先端の空洞内への突き出しなどについて検討の余地が残る。

#### 4. メビウスの帯からの展開

最後の例は、トポロジーと云えば外せない「メビウスの帯」からの展開である。電気部品への応用例としては、自己インダクタンスの無いメビウス抵抗器[5]、メビウスキャパシタ[6]が知られている。

今回、帯 (band) の代わりに捻るのは導波管である。導波管が帯の位相幾何学的性質を反映するための必要条件は、縮退の無い偏極モードが管内を伝播することである。その最も簡単な例は扁平な矩形導波管であり、その基本波 TE10 の電場パターンを使って導波管の上面 (表) と下面 (裏) の区別 (方向付け) が出来る。

扁平矩形導波管を捻ったメビウス帯様の環状空洞 (toroidal cavity) の一例を図12に示す。この例では、元の矩形導波管 (直管) の TE10 波の遮断周波数を1.0000 GHz に合わせた。環状空洞に励振される固有モードのうち、矩形導波管 TE10 波の系統の最低次と二番目に低いモードの電場強度分布を図13に示す。両モードとも TE10 波が半波長で一周して閉じている。半波長の奇数倍の定在波が可能な理由は、導波管を捻ることにより TE10 波の位相が  $180^\circ$  進むからである。図中、最低次モード (1.0039 GHz) の電場の腹は矩形導波管の H ベンド様な箇所であり、二番目に低いモード (1.0054 GHz) のそれは E ベンド様な箇所にあることに留意されたい。

続いて、矩形導波管 TE20 波の系統の最低次モードの電場強度分布を図14に示す。興味深いことに、TE20 波系統の固有モードの電場パターンは、通常の捻り無し環状空洞の定在波と同様、波長の整数倍 (0, 1, 2, ...) となる。理由は、矩形導波管断面において TE20 波の電場パターンが断面中心に関して  $180^\circ$  回転対称だからである。この場合、捻りによる位相の進みは無い。余談だが、メビウスの帯に沿って鋏で帯の中央を切り進むと、二本の帯ではなく、二回ひねった一本の半幅の帯になることが知られて

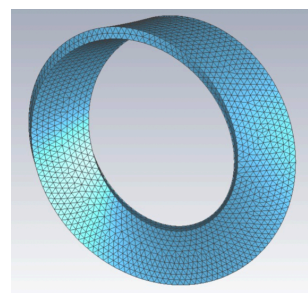


Figure 12: Flat rectangular cross-section (cutoff frequency adjusted to 1.0000 GHz) swept along a circumference while twisted in half to form a Möbius toroid.

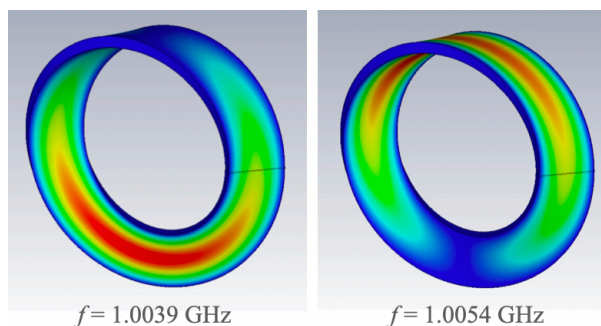


Figure 13: Contour plot of the electric field distribution for the lowest TE10 mode (left), and that for the second lowest (right). Both are half-wavelength resonances.

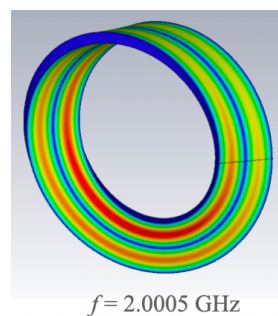


Figure 14: Contour plot of the electric field distribution for the lowest TE20 mode with an infinite wavelength.

いる。この少し直感に反する事実について、先の TE20 波の電場分布の対称性から紐解いてみるのも一興であろう。

矩形導波管を捻って造ったメビウス帯様の環状構造を以下「メビウス環」と呼ぶ。メビウス環の最低次の固有モードであるが、その電場分布は腹が一つで単極模式的である。一方、その電場を取り囲む磁場は、環に沿って半周廻った反対側 (電場の節の位置) で合流して環を横切る。その分布は双極模式的である。即ち、メビウス環の最低次の固有モードは単極模式的な電場分布と双極模式的な磁場分布を併せ持つ。そのようなメビウス環の応用例として、最低次モードの双極模式的磁場を使ったビーム偏向器が考えられる。例えば、衝突点でバンチをクラブ交差 (crab crossing) [7] させるための偏

向器、所謂クラブ空洞である。しかも、低次モード (LOM: Lower Order Mode) が無いクラブ空洞 (LOM-free crab cavity) である。

しかしながら、図 12 に示した形状のままではメビウス環の周長が長すぎて、電場の節の位置での磁束密度が薄まってしまい、効率が悪い。まずは、メビウス環の周長を極力短くする必要がある。そのためには、環の断面形状に外接する円の半径を極力小さくすれば良い。何故ならば、メビウス環の断面中心が描く軌道を円とした場合、その軌道半径を先の外接円の半径以下には小さく出来ないからである。

上述の最適化指針に従いつつ試行錯誤を繰り返している途上ではあるが、メビウス環 LOM-free クラブ空洞の一例を図 15 に示す。垂鈴形状断面 (外接円半径: 65 mm、断面の遮断周波数: 0.978 GHz) の中心を円軌道 (半径: 80 mm) に沿って捻りながら掃引してメビウス環をつくる。この段階では、最低次と二番目の周波数はそれぞれ 1.040 GHz、1.041 GHz であり、その差は小さい。次にメビウス環を縦割りにして左右に分割し、上側には同じ垂鈴形状断面の直管 (長さ: 80 mm) を挿入する。一方、下側にはビームと相互作用する領域の磁場分布を整えるべく、レーストラック断面の直管を挿入する。そして、その前・後の側面中央にビームパイプ (内径: 50 mm) を取り付ける。このように上側と下側で挿入する直管の断面形状を変えると、磁場の腹が下側に来る最低次モードの周波数は低くなる。一方、其処に電場の腹が来る二番目のモードの周波数は高くなる。即ち、最低次と二番目のモードの周波数差をより大きくとれるという目論見である。

図 16 にメビウス環クラブ空洞 (図 15) の最低次固有モードの磁場分布を三次元ベクトル場形式と二次元形式 (ビーム軸を含む縦割り断面上) で示す。ビーム軸を横切る磁束密度であるが、電場の腹の両側 (垂鈴断面の両側) のそれに比べて、まだ 1/4 程度と低く、改善の余地が残る。一方、周波数的には、最低次モードの 1.013 GHz に対して二番目のモードは 1.050 GHz と、先の目論見どおりに周波数の差を広げることが出来た。

以上、設計途上ではあるが、メビウス環のクラブ空洞への応用例について紹介した。一方、メビウス環は、電場の腹をビームパイプ側に持って来れば、加速空洞として使える。メビウス環の TE<sub>10</sub> 波由来

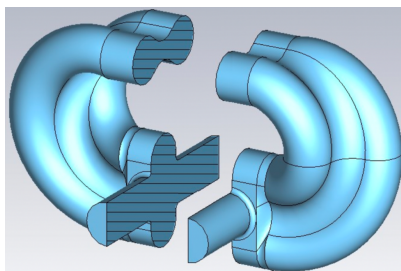


Figure 15: 3D cutaway view of a Möbius toroidal structure proposed for the LOM-free crab cavity, split at the vertical mid-plane including the beam pipe (inner diameter: 50mm) axis.

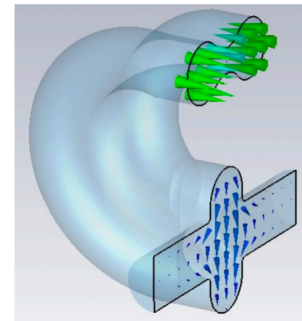
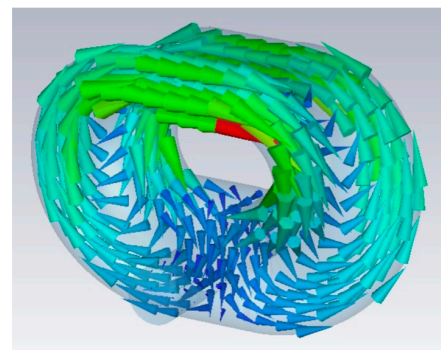


Figure 16: 3D vector visualization of the magnetic field of the lowest mode (1.013 GHz) for the structure in Fig. 15, together with the 2D plot on the vertical cut-plane including the beam pipe axis.

の半波長奇数倍のモードでは、電場の腹の半周反対側に磁場の腹が来る。メビウス環に対する高次モード減衰方式を設計する場合、この電磁場分布の規則性を利用しない手はない。

## 5. むすび

表題負けの感は否めないが、「位相幾何学的手法」と銘打って、いくつかの設計例を紹介した。最後は、文字通りに「土ひねり」の世界に没入した感がある。三次元 CAD、そして、仮想空間での「かたち」を現実世界に出力する三次元プリンタによって、高周波構造の設計・製作の現場においても「土ひねり」的な手法は日常になりつつある。ともあれ、先例に囚われない自由で柔軟な発想を養うべく、土をひねりながら頭をひねるのも此れまた一興であろう。

## 参考文献

- [1] CST Studio Suite.
- [2] T. Kageyama, "Damped Cavity 用ビーム・ダクト形状のデザイン", Proceedings of the 15<sup>th</sup> Linear Accelerator meeting in Japan, 1990, pp. 79-81.
- [3] Y. Takeuchi *et al.*, "HOM 吸収体で使用する SiC セラミックスの高周波誘電特性の制御", Proceedings of the 8<sup>th</sup> Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan, Tsukuba, Japan, Aug. 1-3, 2011, pp. 1290-1294.
- [4] M. Izawa *et al.*, "Beam Test of a SiC Duct Developed for an RF Damped Cavity", Proceedings of the 5<sup>th</sup> European Particle Accelerator Conference, Sitges, Spain, Jun. 10-14, 1996. WEP053L.
- [5] U. S. Patent 3,267,406.
- [6] U. S. Patent 4,599,586.
- [7] R. B. Palmer, SLAC-PUB-4707, 1988.