

横方向傾斜磁場アンジュレータからの放射計算

CALCULATION OF RADIATION FROM TRANSVERSE GRADIENT UNDULATOR

武藤 俊哉^{#A)}, 柏木 茂^{A)}, 日出 富士雄^{A)}, 南部 健一^{A)}, 三浦 禎雄^{A)}, 長澤 育郎^{A)}, 高橋 健^{A)}, 鹿又 健^{A)},
熊谷 航平^{A)}, 柴田 晃太郎^{A)}, 齊藤 寛俊^{B)}, 山田 悠樹^{A)}, 山田 志門^{A)}, 濱 広幸^{A)}

T. Muto^{#A)}, S. Kashiwagi^{A)}, F. Hinode^{A)}, Kenichi Nanbu^{A)}, Sadao Miura^{A)}, Ikuro Nagasawa^{A)},

Ken Takahashi^{A)}, Ken Kanomata^{A)}, Kohei Kumagai^{A)}, Kotaro Shibata^{A)},

Hirotohi Saito^{B)}, Hiroki Yamada^{A)}, Shimon Yamada^{A)} and Hiroyuki Hama^{A)}

^{A)} Research Center for Electron Photon Science (ELPH), Tohoku University

^{B)} High Energy Accelerator Research Organization (KEK)

Abstract

The electron beam which is produced by Laser Wake-Field Acceleration (LWFA) has quite large energy spread. For applications such as FEL, such energy spread will degrade the performance. Transverse gradient undulator (TGU) which has transverse field variation is one of solutions to reduce the effects of such energy spread. The experimental study of TGU have been prepared at test Accelerator as Coherent THz Source (t-ACTS), ELPH, Tohoku University. In this report, we will demonstrate the validity of TGU by numerical calculation. By using the TGU with appropriate dispersion correction in the TGU, the line width of radiation spectrum, which is generated by the beam with large energy spread, will be reduced to same level on the case of no energy spread.

1. はじめに

レーザー航跡場加速(Laser Wake-Field Acceleration: LWFA)[1]は、理論的にわずか 1 cm 程度の加速距離で 1 GeV 級の高エネルギー電子ビームの生成が可能とされ、現在使われている高周波(RF)加速器を凌駕する革新的な加速技術と期待されている。しかしながら現在の LWFA では X-FEL 等[2-4]が要求するような安定で高品質な電子ビームを生成することは難しい。その電子ビームのエネルギー広がり数は数%持ち、またショットごとに中心エネルギーが揺らいでおり、従来型の RF 加速器からのビームに未だ及ばないため、LWFA ビームのエネルギー広がり数の影響を抑制する方法として横方向傾斜磁場アンジュレータ(Transverse Gradient Undulator: TGU)を用いた手法が提案されており[5]、我々のグループでは当センターの試験加速器 t-ACTS[6]で TGU の実証実験を計画しており、TGU の試験機の検討を行ってきた[7]。本報告では数値計算により TGU から期待されるアンジュレータ光を求めた。

2. Transverse Gradient Undulator (TGU)

TGU はアンジュレータの蛇行運動面である水平(x)方向に傾斜する磁場強度分布を持たせたアンジュレータのことで、

$$\frac{\Delta K}{K} = \alpha x \quad (1)$$

の磁場強度分布を持つ。ここで α は磁場勾配の大きさを表す。したがってアンジュレータの垂直(y)方向の磁場分布 $B_y(x, z)$ は

$$B_y(x, z) = B_0(1 + \alpha x) \cos k_u z \quad (2)$$

と表すことが出来る。ここで B_0 は $x=0$ における軸上の最大磁場、 $k_u = \frac{2\pi}{\lambda_u}$ は波数、 λ_u はアンジュレータの周期長をそれぞれ表す。TGU は式(2)からもわかるように水平位置(x)で磁場に勾配があるためにアンジュレータにおける電子の蛇行運動に沿った磁場の一次積分が 0 にならないことが予想される。今、ビームがアンジュレータ 1 周期 λ_u を通過する時に x 方向に変位が大きくないと仮定して、その時の x 方向の振動はおおよそ通常のアンジュレータにおける振動と同じく $x(z) = -\frac{K_0}{k_u \gamma} \cos k_u z$ と書けるとすると式(2)の磁場分布は

$$B_y(z) = B_0 \left(1 - \frac{\alpha K_0}{k_u \gamma} \cos k_u z \right) \cos k_u z \\ = \frac{m_e c k_u K_0}{e} \left(-\frac{\alpha K_0}{2k_u \gamma} (1 + \cos 2k_u z) + \cos k_u z \right) \quad (3)$$

と記述できる。ここで $K_0 = \frac{e B_0 \lambda_u}{2\pi m_e c}$ は $x=0$ における K 値、 γ はローレンツ因子、 m_e は電子質量、 c は光速、 e は素電荷をそれぞれ表す。式(3)から 1 周期(λ_u)における偏向角 θ_{TGU} は

$$\theta_{TGU} = \int_0^{\lambda_u} \frac{e}{m_e c \gamma} B_y(z) dz = -\frac{\alpha K_0^2}{2\gamma^2} \lambda_u \quad (4)$$

となる。前回の報告[7]で求めた TGU の各パラメータを Table 1 に示す。

電子のエネルギー $E = 22 \text{ MeV} (\gamma = 43)$ として θ_{TGU} を

[#] muto@lns.tohoku.ac.jp

求めると $\theta_{TGU} = -8$ mradとなり無視できないほど大きな値になることが分かった。このため TGU の前後に補正用の偏向電磁石を配置する必要があると考える。

Table 1: TGU Parameters

Period length λ_u	80mm
Number of periods	7
Total length	587mm
Gap (@x=0)	33mm
Opening angle 2ϕ	40degree
K value (@x=0) K_0	3.62
Gradient α	-28.3

3. 数値計算による放射光の評価

TGU の性能評価のため自作のコードを用いてビームのトラッキングと放射光の計算を行った。時刻 t 、観測地点 \vec{r} における運動する荷電粒子からの放射電場 $\vec{E}(\vec{r}, t)$ は荷電粒子の位置ベクトルを $\vec{r}_e(t)$ とすると

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{e}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{\vec{n} - \vec{\beta}}{\gamma^2 R^2 (1 - \vec{n} \cdot \vec{\beta})^3} + \frac{\vec{n} \times \left\{ (\vec{n} - \vec{\beta}) \times \frac{d\vec{\beta}}{dt} \right\}}{cR(1 - \vec{n} \cdot \vec{\beta})^3} \right]_{t_r} \quad (5)$$

と表せる[8]。ここで ϵ_0 は真空の誘電率、 $R = |\vec{r} - \vec{r}_e|$ は粒子と観測地点の距離、 $\vec{n} = \frac{\vec{r} - \vec{r}_e}{R}$ は粒子から観測地点への単位ベクトル、 $\vec{\beta} = \frac{1}{c} \frac{d\vec{r}_e}{dt}$ は粒子の速度比、 $t_r = t - \frac{R(t_r)}{c}$ は retarded time をそれぞれ表す。式(5)の括弧内の第1項は速度項、第2項は加速度項と呼ばれる。相対論的粒子($\gamma \gg 1$)の場合、速度項は無視できるので数値計算では加速度項のみを考慮した。TGU の磁場分布は磁場計算コード Radia[9]を用いて求めた磁場マップをコードに取り込んだ。

計算に用いたセットアップを Fig. 1 に示す。前節に示したように TGU の前後 400 mm に長さ 50 mm の偏向電磁石を配置した。この偏向電磁石の磁場はハードエッジモデルを用いた。

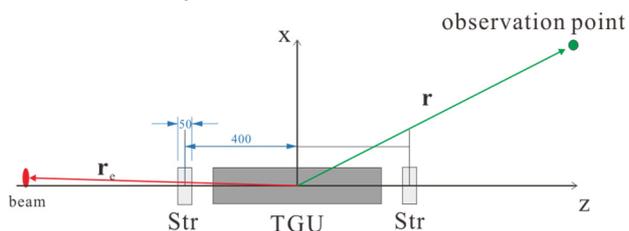


Figure 1: Calculation setup.

3.1 ビーム輸送の調整

TGU からの放射光を評価する前に電子ビームの輸送に関するパラメータ調整を行った。計算に用いた電子ビームのパラメータを Table 2 に示す。

3.1.1 ビーム軌道の補正

始めに補正電磁石の磁場強度 B_{st} の調整を行った。

Table 2: Beam Parameter

Beam Energy	22 MeV
Normalized Emittance ϵ_n	5π mm · mrad
Bunch Length σ_t	100 fs

ビーム軌道を Fig. 2 に示す。Figure 2 赤実線に示すように補正磁石を用いない場合、TGU によってビームが大きく偏向しているのが分かる。一方、補正磁石を使うことでビーム偏向が補正できているのが分かる(青点線)。この時、 $B_{st} = -373$ Gであった。ただし、ここで入射ビームに TGU での発振波長が広がり角 $2\phi=0$ の通常アンジュレータの発振波長と合わせるために水平方向のオフセット $x_{off} = 7.6$ mmを付けている。

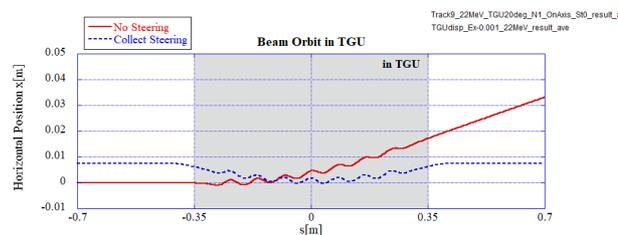


Figure 2: Beam orbit. Without steering (red), with steering ($B_{st} = -373$ G) and initial horizontal offset = 7.6 mm (blue, dashed).

3.1.2 入射 Twiss パラメータの調整

次に入射 Twiss パラメータの調整を行った。調整後の TGU でのビームサイズの変化を Fig. 3 に示す。この時の Twiss パラメータは $(\beta_x, \beta_y, \alpha_x, \alpha_y)_{s=-0.7m} = (0.81, 1.11, 0.92, 2.31)$ であった。Figure 3 から TGU 内で大きなビームサイズ変動はないことがわかる。

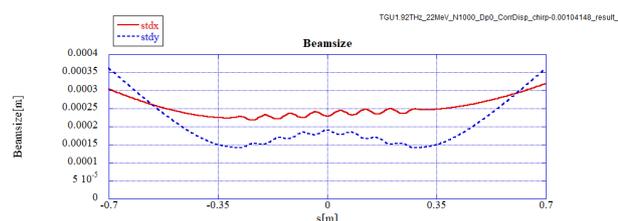


Figure 3: Beamsize in TGU, horizontal (red), vertical (blue, dashed).

3.1.3 Dispersion の調整

TGU によるエネルギー抑制効果を実現するためには TGU 内での Dispersion のコントロールが重要である。そのために入射 Dispersion 関数(D_0, D'_0)をコントロールすることで異なるエネルギーでの発振波長を揃える。エネルギーを変化させたときの軸上の観測点 $\vec{r} = (0, 0, 10.0)$ における基本波の発振波長の変化を Fig. 4 に示す

Figure 4 に示すように入射 Dispersion 関数(D_0, D'_0) = $(-0.034, -0.027)$ としたことで異なるエネルギーで発振波長を揃えることが出来ている。この時の TGU 内(-0.35 m < s < 0.35 m)での Dispersion 関数の平均値 \bar{D} を計算すると

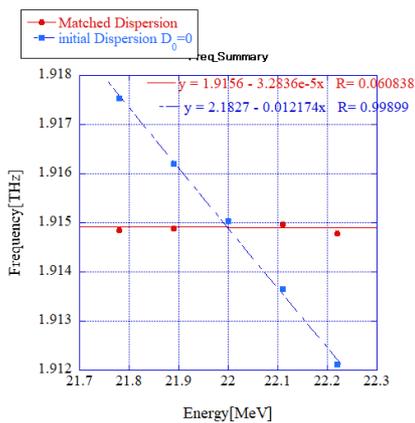


Figure 4: Energy dependence of fundamental frequency, $(D_0, D_0') = (-0.034, -0.027)$ (red), $D_0 = 0$ (blue, dashed).

$$\bar{D} = -0.0413\text{m}$$

と求まった。

理論[5]的には TGU 内の Dispersion η を

$$\eta = \frac{2 + K^2}{\alpha K^2} \quad (6)$$

に合わせることで TGU はすべての電子のエネルギーにおいて同一波長で発振することが出来、計算に用いた TGU のパラメータ ($K_0 = 3.62, \alpha = -28.3$) を代入すると

$$\eta = -0.0407 \text{ m}$$

になり、数値計算から求めた値 \bar{D} にほぼ等しくなっていることが確認できた。

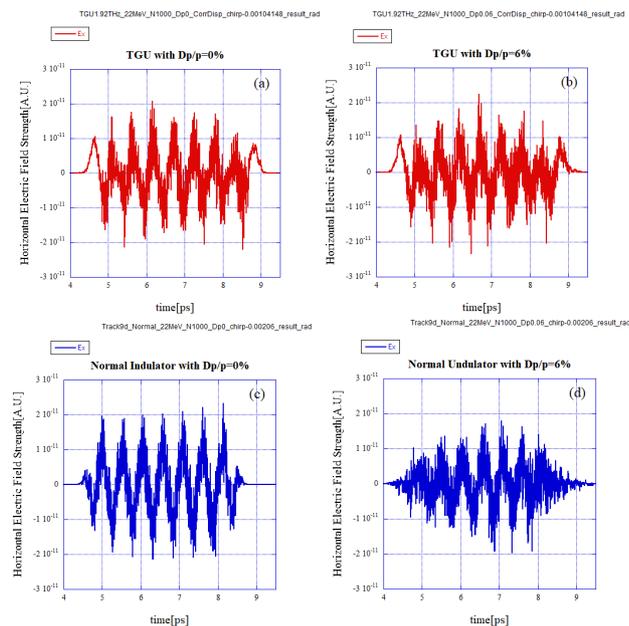


Figure 5: Calculated radiation field. (a) TGU with $\sigma_p/p = 0\%$. (b) TGU with $\sigma_p/p = 6\%$. (c) Normal undulator with $\sigma_p/p = 0\%$. (d) Normal undulator with $\sigma_p/p = 6\%$.

3.2 TGU からの放射光

これまでの議論で調整した各パラメータを使って電子ビームのエネルギー広がり σ_p/p を変化させながら TGU からの放射光計算を行った。また比較のために TGU で Dispersion のマッチングを行っていない場合と TGU と同じ磁石列を用いた通常のアンジュレータ (K 値 3.52) の場合の放射光の計算を行った。この時、粒子数 $N=1000$ 個とした。放射電場の例を Fig. 5 に示す。

Figure 5 の (a), (b) の TGU からの放射場を比較した場合、エネルギー広がり違うビームからの放射であるが両者に大きな差は見えない。しかしながら通常のアンジュレータからの放射の場合、 $\sigma_p/p = 0\%$ の時の放射場 (c) に比べて $\sigma_p/p = 6\%$ の時の放射場 (d) は全体に放射強度が下がっていて、劣化していることがわかる。Fig. 5 の計算結果をフーリエ変換してスペクトラムを求めたものを Fig. 6, 7 に示す。TGU の場合 (Fig. 6)、エネルギー広がり σ_p/p の増加で線幅 Δf の増加は見られないが通常のアンジュレータの場合 (Fig. 7) には σ_p/p の増加によって線幅 Δf が増加していることがわかる。

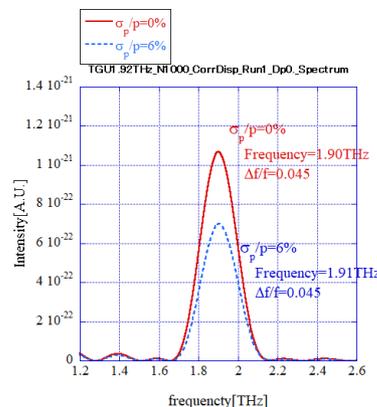


Figure 6: Radiation spectrum from TGU with $\sigma_p/p = 0\%$ (red) and $\sigma_p/p = 6\%$ (blue, dashed).

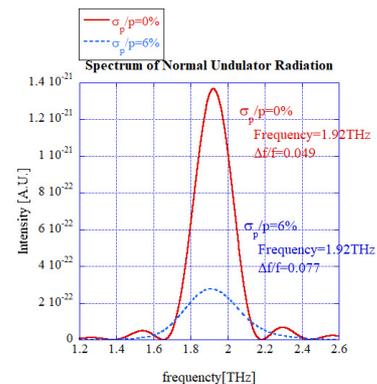


Figure 7: Radiation spectrum from normal undulator with $\sigma_p/p = 0\%$ (red) and $\sigma_p/p = 6\%$ (blue, dashed).

$\sigma_p/p = 0 \sim 10\%$ と変えた時の放射の強度と線幅を Fig. 8, 9 にそれぞれまとめる。Fig. 9 から適切に Dispersion 関数を調整した場合、TGU からの放射光は

通常のアングレータと比べてエネルギー広がりが大きくなってもスペクトルの線幅は増えないことがわかる。また、Fig. 8 からも通常のアングレータに比べてエネルギー広がりによる強度の低下が抑えられることがわかり、TGUの有効性が確認できた。

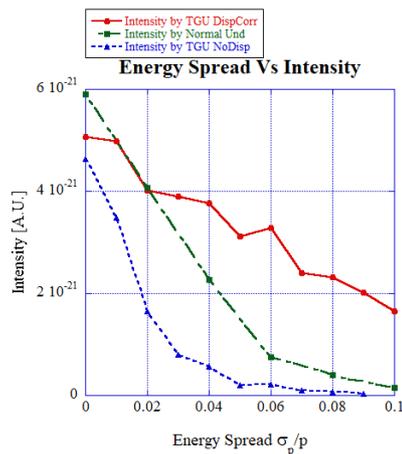


Figure 8: Energy spread dependence of intensity. Circle, red, line: TGU with matched dispersion. Square, green, dash-dot: Normal undulator. Triangle, blue, dashed: TGU without dispersion.

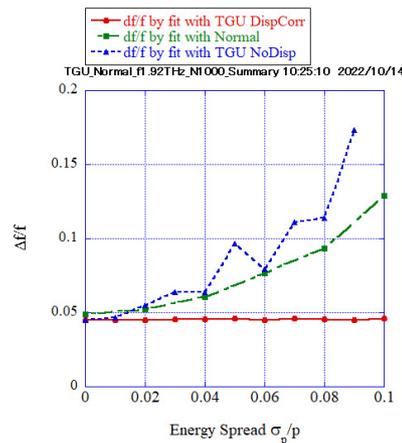


Figure 9: Energy spread dependence of band width. Circle, red, line: TGU with matched dispersion. Square, green, dash-dot: Normal undulator. Triangle, blue, dashed: TGU without dispersion.

4. まとめと今後の課題

t-ACTS における横方向傾斜磁場アングレータ (TGU)の実証実験のために TGU からの放射光の計算を行った。TGU に共鳴条件を満たすような Dispersion を与えてやることによってエネルギー広がりの大きな電子ビームからの放射光の線幅を抑制できることを確認した。今回の計算では s 軸上の放射光についてのみの計算を行ったが今後、放射光の空間分布などの計算を進めていく。また TGU の実機の製作を行い、実証実験に向けた準備を進めていく。特に Dispersion の調整が十分に行えるようなビームラインの設計を進めていく。

謝辞

本研究は JSPS 科研費 基盤研究(C) 21K12533 の助成を受けたものです。

参考文献

- [1] T. Tajima and J.M Dawson, *Phys. Rev. Lett.* 43 (1979) 267.
- [2] Ackermann, W. *et al.*, Operation of a free-electron laser from the extreme ultraviolet to the water window. *Nat. Photon.* 1, 336–342 (2007).
- [3] Emma, P. *et al.*, First lasing and operation of an angstrom-wavelength free-electron laser. *Nat. Photon.* 4, 641–647 (2010).
- [4] Ishikawa, T. *et al.*, A compact X-ray free-electron laser emitting in the sub-angstrom region. *Nat. Photon.* 6, 540–544 (2012).
- [5] Z. Huang, Y. Ding and C. Schroeder, *Phys. Rev. Lett.* 109 (2012) 204801.
- [6] H. Hama *et al.*, Demonstration of Coherent Radiation Generation up to 3 THz from Femtosecond Electron Pulses, *Int J Opt Photon. Eng.* 2 (2017), p. 004.
- [7] T. Muto *et al.*, Study of Transverse gradient undulator, *Proceeding of the 16th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan* 445-448 (2019).
- [8] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*. Third Edition, John Wiley & Sons, Inc. (1998).
- [9] O. Chubar *et al.*, A three-dimensional magnetostatics computer code for insertion devices, *J. Synchrotron Rad.* 5, 481-484 (1998).