

## 臨界磁場測定用半球形状空洞のアンテナ設計

### ANTENNA DESIGN OF HEMISPHERICAL CAVITY FOR CRITICAL MAGNETIC FIELD MEASUREMENT

服部 綾佳<sup>#,A)</sup>, 早野 仁司<sup>B)</sup>  
Ayaka Hattori<sup>#,A)</sup>, Hitoshi Hayano<sup>B)</sup>  
<sup>A)</sup> NIT (KOSEN), Ibaraki College  
<sup>B)</sup> KEK

#### Abstract

A hemispherical cavity is designed for critical magnetic field measurement of superconducting multilayer thin films. The current challenge is antenna design to stably excite TE<sub>013</sub>. We investigated the electromagnetic field distribution of TE<sub>013</sub> by simulation, and determined the size and position of the antenna, the port for inserting the antenna, and the vacuum port. This paper presents the simulation results and design of the antenna.

#### 1. はじめに

超伝導空洞の材料となるニオブの臨界磁場は約 200 mT であり、共振周波数 1.3 GHz の超伝導加速空洞に約 45 MV/m の加速電場をかけると、空洞表面でのニオブの臨界磁場を超え、空洞が超伝導から常伝導に転移してしまう。ニオブは単体で最も高い臨界磁場をもつ物質(静磁場中では 170 mT、RF 下では 200 mT)であるが、多層薄膜構造(土台となる超伝導体の上に 10-100 nm 程度の絶縁層を挟み、100 nm 程度の超伝導薄膜を成膜したもの)にすることで、最大表面磁場を大きくすることができ、Nb の土台に、Nb よりも大きな磁場侵入長を持つ Nb<sub>3</sub>Sn を成膜した多層薄膜超伝導体では 400 mT の磁場に耐えられると理論的に示されており、1.3 GHz の超伝導空洞に 100 MV/m の加速電界を印加することも可能となる[1]。

多層薄膜超伝導体の臨界磁場を RF 下で測定するために、TE<sub>013</sub> モードを共振させる半球形状空洞が設計された[2, 3]。そのアンテナ設計を進めている。半球形状空洞内に TE<sub>013</sub> モードを安定して共振できるアンテナ形状を決めるべく、シミュレーションを実施した。本発表ではアンテナ設計のために実施したシミュレーションについて報告する。

#### 2. 臨界磁場測定用半球形状空洞

##### 2.1 測定方法

臨界磁場測定用半球形状空洞の現行での設計を Fig.1 に示す。電磁場を共振する半球部と多層薄膜を成膜するサンプル面とを組み合わせさせた構造である。半球部上側のポートにインプットアンテナが、下側のポートにピックアップアンテナが取り付けられる。臨界磁場測定時には、極低温(2~10 K 程度)で磁場強度を変化させ、超伝導から常伝導への転移により表面抵抗が増加し、Q 値が低下する点での入力パワーからサンプルにかかる最大表面磁場を評価する。多層薄膜超伝導体の臨界磁場を 400 mT まで測定するために、サンプル面には 400 mT

まで磁場を印加でき、サンプル面を除く面では 200 mT 以下の表面磁場に抑える設計である。

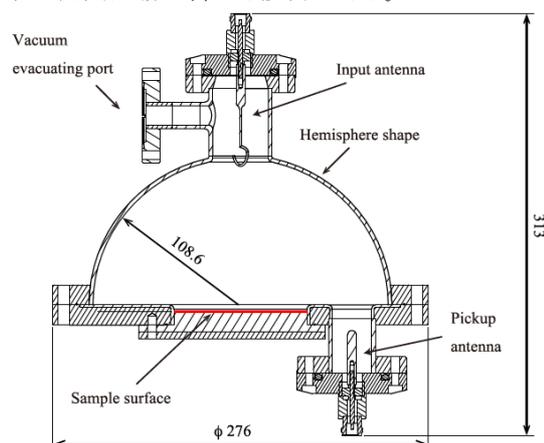


Figure 1: The current design of the hemispherical cavity for critical magnetic field measurement of superconducting multilayer thin films [3].

##### 2.2 空洞形状・共振モード

Figure 1 の空洞形状における、TE<sub>013</sub> の磁場分布および電場分布を Fig. 2 に示す。Figure 2(a)より、磁場がサンプル面に対して垂直に渦巻き、サンプル面上で放射状に広がる分布をしていることが分かるが、この分布によりサンプル面に強い磁場をかけることができる。Figure 2(b)は電場分布を示しているが、今回のアンテナ設計に当たり、主に電場分布に着目して、設計を進めた。

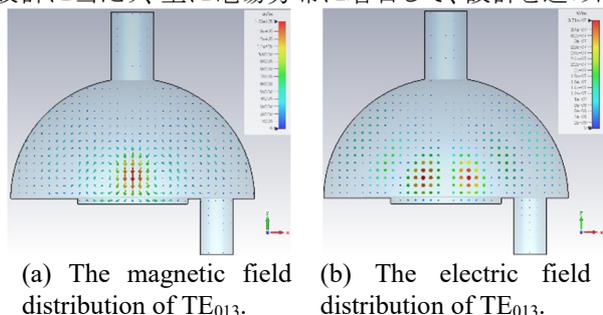


Figure 2: The fields distribution of TE<sub>013</sub> mode.

<sup>#</sup>hattori@ece.ibaraki-ct.ac.jp

### 3. アンテナ設計

#### 3.1 設計方針

低温冷却時の  $TE_{013}$  モード特定には共振周波数のみが頼りとなる。そのため、アンテナ設計の段階で、室温で試験を行い、 $TE_{013}$  モードの共振周波数を担保できるアンテナ形状を探索することが必須である。そこで、課題となるのが、 $TE_{013}$  モードと共振周波数の近い、他のモードの存在である。そこで、 $TE_{013}$  モードと共振周波数の近い他のモードを共振しないようにできるか、周波数差を広げられるかという点が課題である。

$TE_{013}$  の共振周波数 5.3 GHz の近傍 (5.2 GHz ~ 5.4 GHz) には9種類のモード ( $TM_{110}$  など) が存在する。

共振モードの中には、排気ポート (真空引きするためのポート、水平方向に伸びる円柱部分) の位置により共振周波数を大きく変えるモードと、影響を受けないモードがあることが分かった。前者のモードはインプットアンテナ側のポート部 (ポート1、半球上の円柱部分) で主に共振しているために、その箇所形状変化を大きく反映していると考えられる。一方、排気ポートの位置の影響を受けないモードは半球部で共振しているマイクロ波であり、 $TE_{013}$  モードの他のモードはすべて  $TM$  モードであることが分かった。 $TE$  モードと  $TM$  モードではアンテナとの結合が異なるので、その特性を活かして、アンテナを設計することにした。

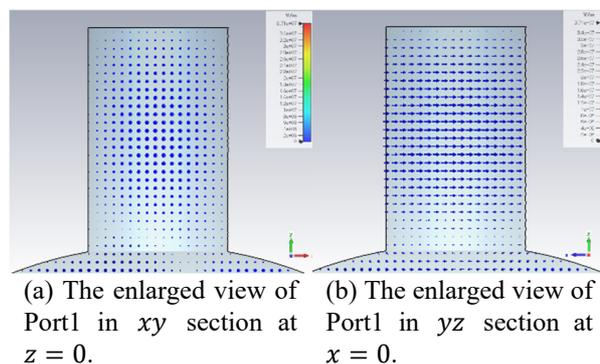
さらに、排気ポートの位置について、先行研究ではインプットアンテナ側ポート (ポート1) に排気ポートを取り付ける想定であったが、排気ポート形状がポート1内の電磁場分布に影響を与えるため、ピックアップポート側ポート (ポート2) に排気ポートを取り付けることも視野に入れ、設計をすすめた。

#### 3.2 ポート1 (インプットアンテナ側) での電場分布

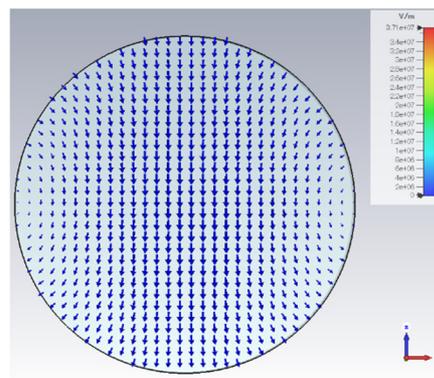
ポート1への  $TE_{013}$  モードの電場しみ出しを確認すると、Fig. 3(a)~(c)より、 $TE_{01}$  の分布であることが分かった。Figure 3(d)に空洞中心軸から 3 mm オフセットした平行線上での電場強度分布を示す。空洞中心軸上では、半球部の電場強度が小さいため、あえて、中心軸から 3 mm ずらした線上での電場分布を示している。 $y = 0$  mm から  $y = 108.6$  mm までの範囲は空洞の半球部であり、 $y = 108.6$  mm から  $y = 168.6$  mm までがポート1内での電場分布である。ポート1内での電場分布が  $TE_{01}$  であることより、インプットアンテナを水平方向から挿入することにし、挿入位置は Fig. 3(d)からポート1内で電場強度が大きくなる点 ( $y = 143$ ) とすることにした。

#### 3.3 ポート2 (ピックアップアンテナ側) での電場分布

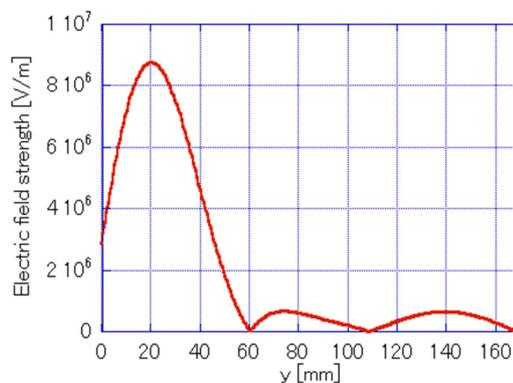
ポート2側の  $TE_{013}$  モードの電場しみ出しも、同様に、確認したところ、Fig. 4(a)~(c)より、こちらも  $TE_{01}$  であることが分かった。Figure 4(d)はポート2中心軸上での電場強度分布を示しており、半球部から離れるほど ( $y$ 座標がマイナス方向に進むにつれて)、減衰していることが分かる。そこで、ピックアップアンテナについても水平方向から挿入することとし、挿入位置は構造上、 $y = -35$  とすることにした。



(a) The enlarged view of Port1 in  $xy$  section at  $z = 0$ . (b) The enlarged view of Port1 in  $yz$  section at  $x = 0$ .



(c) The enlarged view of Port1 in  $xz$  section at  $y = 143$  where the electric field is maximum.



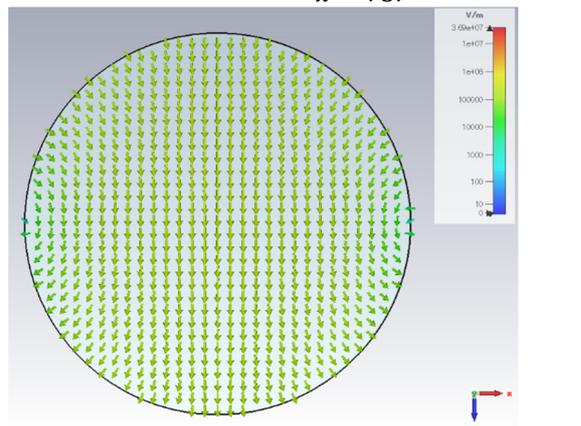
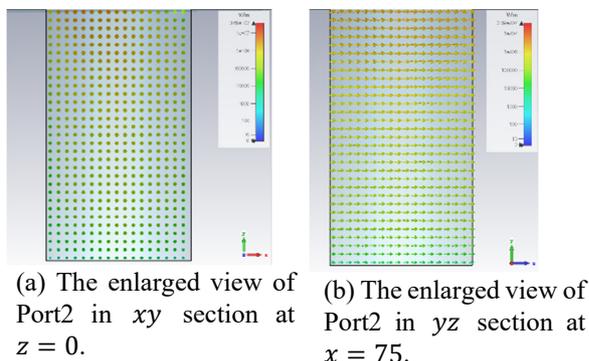
(d) The magnitude distribution of electric field along the parallel line 3 mm away from the central axis of the hemispherical cavity.

Figure 3: The simulation results of  $TE_{013}$  in Port1 part.

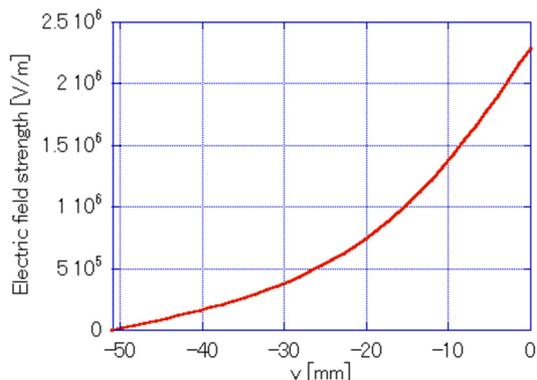
#### 3.4 アンテナ付きシミュレーション結果

Figure 5に示す形状において、電磁場シミュレーションを行った。この図において、ピックアップアンテナの下方から真空引きを行うこととしている。インプットアンテナおよびピックアップアンテナは  $\phi 6$  mm、長さ 50 mm とし、インプットアンテナからピックアップアンテナへの透過係数  $S_{21}$  を計算したグラフが Fig. 6 である。図の中央にある 5.294 GHz のピークが  $TE_{013}$  モードである。その両側にわずかに共振点 (5.215 GHz, 5.352 GHz 付近) が見えるが、

どちらも Q 値が低く、周波数はそれぞれ TE<sub>013</sub> から、79 MHz、58 MHz 離れており、TE<sub>013</sub> モードと共振周波数の近い他のモードとの周波数差を広げ、共振も弱くすることができる設計になったのではないかと考えられる。そこで、今後、モデル機を製造し、設計したアンテナでの共振状況を確認することとする。



(c) The enlarged view of Port1 in in xz section at y = -35.



(d) The magnitude distribution of electric field along the central axis of Port2.

Figure 4: The simulation results of TE<sub>013</sub> in Port2 part.

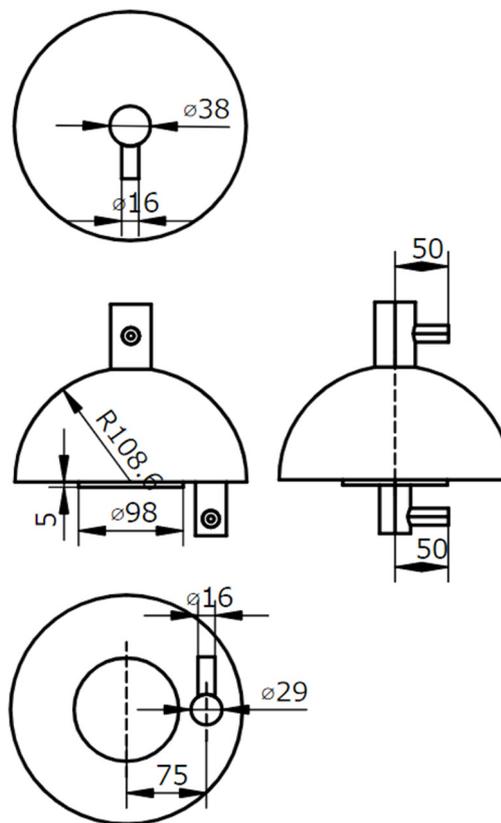


Figure 5: The new design of hemispherical cavity.

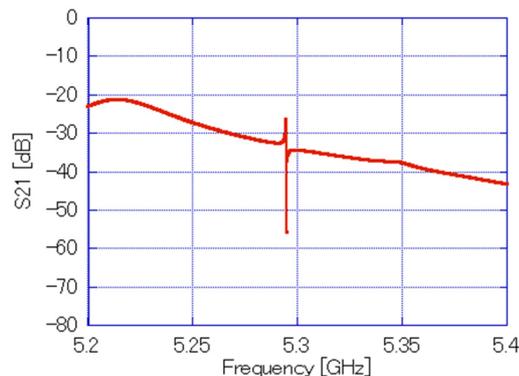


Figure 6: The simulation results of S21.

#### 4. 臨界磁場測定に必要なパワー見積

##### 4.1 空洞に投入するパワー $P_{in}$

アンテナのカップリングについて検討するため、また、臨界磁場測定用のアンテナの仕様を決めるために、臨界磁場測定時に空洞に投入しなければいけないパワーを見積ることとした。空洞に投入するパワーを  $P_{in}$ 、空洞内に蓄積されるパワーを  $P_{cav}$ 、反射するパワーを  $P_{ref}$ 、空洞を抜けピックアップされるパワーを  $P_{pick}$  とし、インプットアンテナとピックアップアンテナはそれぞれカップリング  $\beta_{in}$ 、

$\beta_{pick}$  で結合しているとする、

$$P_{cav} = P_{in} - P_{ref} - P_{pick} \quad (1)$$

$$\beta_{pick} = \frac{P_{pick}}{P_{cav}} \quad (2)$$

$$\beta_{in} = \frac{1 - \sqrt{\frac{P_{ref}}{P_{in}}}}{1 + \sqrt{\frac{P_{ref}}{P_{in}}}} (1 + \beta_{pick}) \quad (3)$$

と書ける[4]。Equation (3)より式を変形すると、

$$P_{ref} = \left( \frac{1 - \beta_{in} + \beta_{pick}}{1 + \beta_{in} + \beta_{pick}} \right)^2 P_{in} \quad (4)$$

となり、Equation (1)に Eq. (2)・Eq. (4)を代入し、整理すると、

$$P_{in} = \frac{(1 + \beta_{in} + \beta_{pick})^2}{4\beta_{in}} P_{cav} \quad (5)$$

と表せるため、空洞に投入しなければならないパワー $P_{in}$ を空洞内に蓄積されなければいけないパワー $P_{cav}$ とインプットアンテナとピックアップアンテナのカップリング $\beta_{in}$ 、 $\beta_{pick}$ から見積もることができる。

#### 4.2 空洞内に蓄積されるパワー $P_{cav}$

次に、超伝導の空洞に蓄積されるパワー $P_{cav}$ は

$$P_{cav} = \frac{\omega U}{Q_0} \quad (6)$$

であり、

$$Q_0 = \frac{G}{R_s} \quad (7)$$

より、

$$P_{cav} = R_s \cdot \frac{2\pi f U}{G} \quad (8)$$

となる。ここで、見積もるために、

$$R_s = R_{BCS}(T) + R_0 \sim R_{BCS}(T) \quad (9)$$

と見なし、

$$P_{cav} = R_{BCS} \cdot \frac{2\pi f U}{G} \quad (10)$$

と書ける。ただし、

$$R_{BCS}(T) [\Omega] = 2 \times 10^{-4} \cdot \frac{1}{T [\text{K}]} \left( \frac{f [\text{GHz}]}{1.5} \right)^2 \exp\left(-\frac{17.67}{T [\text{K}]}\right) \quad (11)$$

である[4]。

#### 4.3 空洞パラメータ

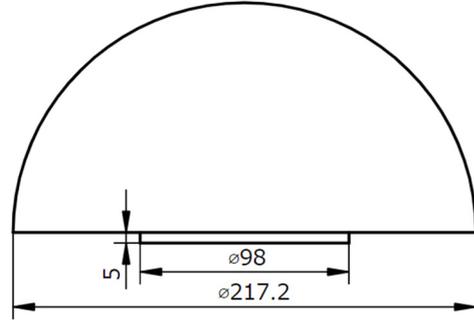
$P_{cav}$ を見積もるために、 $f \cdot U \cdot G$ を求める必要がある。そこで、まずは、Fig. 7(a)に示す半球部とサンプル部のみの基本的なモデルで電磁場シミュレーションを行い、Table 1に示すパワー見積に必要なパラメータを求めた。Figure 7(b)・(c)はそのシミュレーション時に得られた $TE_{013}$ の磁場分布である。共振周波数は5.2950 GHzであった。また、このときのサンプル面の最大磁場が76.0 mTであり、それに必要なエネルギーが0.99953 Jであったため、サンプル面での磁場強度が400 mTに到達するために必要なエネルギー

$$U_{required} = 0.99953 [\text{J}] \times \left( \frac{400 [\text{mT}]}{76.0 [\text{mT}]} \right)^2 = 26.7 [\text{J}] \quad (12)$$

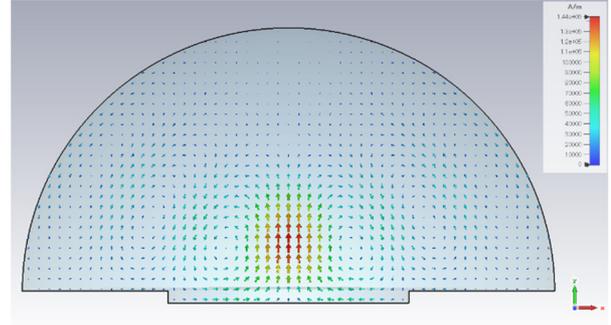
と求められた。そして、 $\mu_0 = 1.25663706 \times 10^{-6}$  [N/A<sup>2</sup>]、計算に使用した $\sigma = 58000000$  [S/m]なので、

$$G = \frac{Q}{R_m} = \frac{Q}{\sqrt{\frac{\pi f \mu_0}{\sigma}}} = 1494 \quad (13)$$

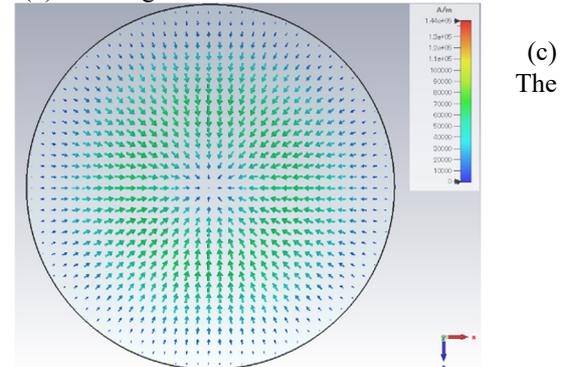
である。



(a) The simulated shape of a hemisphere cavity.



(b) The magnetic field distribution of  $TE_{013}$ .



(c) The magnetic field distribution of  $TE_{013}$  on the sample face.

Figure 7: The simulation status to derive cavity parameters.

Table 1: The Results of Parameters

空洞パラメータ	値 単位
$TE_{013}$ の共振周波数 $f$	5.2950 GHz
$Q$	$7.9935 \times 10^4$
$U$	0.99953 J
サンプル面の最大磁場	76.0 mT

#### 4.4 臨界磁場測定に必要なパワー $P_{in}$ の温度依存

Equation (5)・Eq. (10)より、

$$P_{in} = \frac{(1 + \beta_{in} + \beta_{pick})^2}{4\beta_{in}} R_{BCS} \cdot \frac{2\pi f U}{G} \quad (14)$$

4.3 節で、計算に必要な $f \cdot U \cdot G$ を求められたので、アンテナのカップリング $\beta_{in} = 1$ 、 $\beta_{pick} = 0.1$ で固定したときの、臨界磁場測定に必要なパワー $P_{in}$ の温度依存を調べ、Table 2 にまとめた。

Table 2: The Temperature Dependence of  $P_{in}$  Require for Critical Magnetic Field Measurement

$T$ [K]	$P_{in}$ [W]
4.0	$5.1 \times 10^3$
2.0	$1.2 \times 10^2$
1.8	51
1.7	31
1.6	17
1.5	8.7

約 1.6 K 以下でなら、20 W のパワーで測定が可能であることが分かった。Equation (7)より、 $Q_0$ は温度で変化し、そのためアンテナのカップリングもまた、温度で変化してしまう。カップリングがずれると、測定に必要なパワーも変わってしまうため、アンテナのカップリングを調整するための機構を設ける必要があることが分かった。ここまでの見積計算を、空洞形状が正式に決定したのち、再度、空洞パラメータを求める必要があるが、今回の計算でおおよその値を知ることができ、見通しを立てられた。

## 5. 結論・今後の展望

臨界磁場測定用半球形状空洞に、安定的に TE013 モードを共振させるためのアンテナ設計を行った。シミュレーションより、TE013 モードのポートへのしみ出しは TE01 となっていることが分かった。インプットアンテナ・ピックアップアンテナを水平方向からポートに挿入することで、5.2~5.4 GHz の範囲では TE013 モード (5.294 GHz) の他には、50~80 MHz 離れた点に2つの共振点がわずかに見られるというシミュレーション結果を得た。今後、アルミ製のモデルを製作し、モデル機にて TE013 モードの共振を確認する。また、臨界磁場測定に必要なパワーを見積もったところ、約 1.6 K 以下で 20 W 以下となることが分かった。ただし、アンテナのカップリングによっては大きくずれてしまうため、アンテナのカップリング調整機構が必須となる。

## 謝辞

本研究は JSPS 科研費 22K18128 の助成を受けたものです。

## 参考文献

- [1] T. Kubo, "Multilayer coating for higher accelerating fields in superconducting radio-frequency cavities: a review of theoretical aspects", Superconductor Science and Technology 30, 023001, 2017.
- [2] H. Oikawa *et al.*, "Note: Design and resonant condition measurement of the mushroom-shaped Al test cavity for critical magnetic field evaluation of superconducting thin-film sample", Review of Scientific Instruments 89, 076102, 2018.
- [3] H. Oikawa *et al.*, "Design of niobium-based mushroom-shaped cavity for critical magnetic field evaluation of superconducting multilayer thin films toward achieving higher accelerating gradient cavity", Jpn. J. Phys. 58 028001, 2019.
- [4] H. Padamsee *et al.*, "RF superconductivity for accelerators", John Wiley & Sons, Inc., 1998.