

# $g-2$ /EDM 精密計測用ミュオン蓄積磁石内の軌道シミュレーション用 2D 磁場再構成

## TWO-DIMENSIONAL MAGNETIC FIELD RECONSTRUCTION FOR SIMULATION OF SPIRAL INJECTION IN MUON $G-2$ /EDM PRECISION MEASUREMENTS MAGNET

阿部充志<sup>A)</sup>, 飯沼裕美<sup>B)</sup>, 萩津透<sup>A)</sup>, 齊藤直人<sup>A)</sup>, 佐々木憲一<sup>A)</sup>, 三部勉<sup>A)</sup>, 中山久義<sup>A)</sup>  
 Mitsushi Abe<sup>#, A)</sup>, Hiromi Iinuma<sup>B)</sup>, Toru Ogitsu<sup>A)</sup>, Naohito Saito<sup>A)</sup>, Ken-ichi Sasaki<sup>A)</sup>, Tsutomu Mibe<sup>A)</sup>,  
 Hisayoshi Nakayama<sup>A)</sup>,

<sup>A)</sup> KEK, <sup>B)</sup> Ibaraki Univ.

### Abstract

This proceeding describes 2D (two-dimensional) magnetic field reconstruction from 3D non-linear calculated magnetic field to use for muon spiral injection simulation in a magnet to measure anomalous magnetic moment ( $g-2$ ) and electric moment (EDM) in J-PARC. Co-axially placed circular loops with currents which are calculated from azimuthally averaged magnetic field, which are not in uniform due to iron yoke 3D shape. The number of circular currents for iron yoke is 350 typically. Magnetic field of CBs (5 Coil Blocks) are calculated by Gaussian quadrature with 60 to 72 circular currents. Total 674 circular currents reconstruct 2D magnetic field. Magnetic field of circular currents are calculated by using Chebyshev approximations for the complete elliptic integrals K and E. This enables intensive spiral injection simulations to design the injection scheme.

### 1. はじめに

Muon 磁気・電気モーメントの高精度測定に用いる磁石(Fig. 1 参照)は、Muon をシリンダー状の領域(断面 3cm 幅、10cm 高で直径 66.6cm)に周回・蓄積し、高磁場(3.0T)で超良好一様磁場(磁場振幅 $\pm 0.1$ ppm、均一度

0.2ppm)を必要とする。これは、MRI 磁石の場合に比べ約一桁良い均一度である。また、周辺磁場もらせん入射[1,2]を可能とする必要がある。このような磁場を発生する起磁力配置の設計手法は既に開発し、当時の設計状況を反映した起磁力配置設計例と共に報告した[3,4]。その後の設計進展で、磁石全体を覆う鉄ヨークには、液体 He 輸送と微調整磁場シミング用[5]の貫通穴が運転時にも存在することになり、実際の製作法を考えると、全体の外径は、円筒より製作しやすいと考えられる八角形柱形状とした。この鉄 yoke 形状のために、主磁場の正確な磁場計算には 3D 非線形磁場計算を必要とする。

一方、らせん入射関連の設計[2]には、入射軌道を把握する多数のシミュレーションを行う必要がある。また、検出部での電子対の軌道計算も高速化が望まれ、磁石磁場の高速計算が重要となる。磁場の非線形計算には計算時間が長くなり、らせん入射の設計検討には不適である。そのため、周回方向に平均化した磁場{2D(半径  $R$ - 軸方向位置  $Z$ )}を同軸円電流の集合で再構成し、軌道計算に適用している。本プロシーディングでは、計算手法を説明し、再構成精度について議論する。

### 2. 計算内容

本蓄積磁石の全体図を Fig. 1 の上部示す。全体を囲む鉄ヨークは、外部誤差磁場を遮蔽すると共に、入射・蓄積領域の磁場分布を整形する。下側には muon らせん入射軌道[1]を示した。この磁石中の磁場を Table 1 に示した。このうち、2 つの ASSM(Active Shield Steering Magnet)[6,7]は、入射の初期位置・方向を微調整する。他は、軌道を操作する磁場である。このなかで、主磁場の算出には、本来、3D 非線形磁場計算が必要であるが、高速化のために 2D 化し、多数の円電流の組み合わせで、近似計算を行う。Muon は、鉄ヨークに開けたトンネ

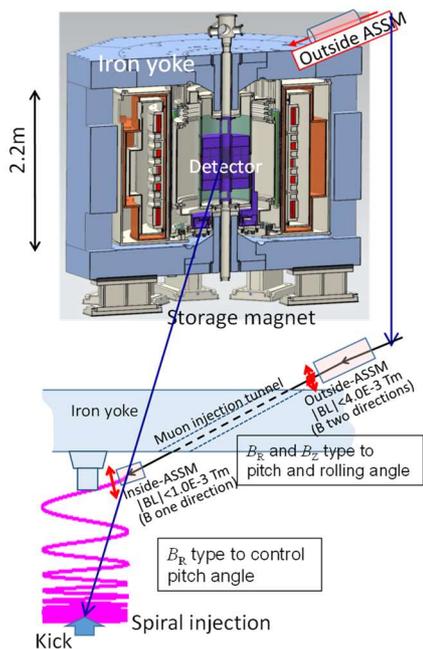


Figure 1: Schematic drawing of storage magnet, muon spiral injection and two Active Shield Steering Magnets.

<sup>#</sup> abemk@post.kek.jp

ル(入射口)から入射される。3Tの軸方向磁場  $B_z$  でらせん状に周回し、半径方向磁場  $B_R$  により軸方向移動を減速しながら、蓄積領域に近づく。 $Z=0$  面付近では、キッカーコイルがパルス  $B_R$  を発生させ、軸方向移動を止める。

製作誤差などによる、設計磁場からの誤差に対しては、2個の ASSM(Active Shield Steering Magnet)を使い軌道微調整を行う計画である[6, 7]が、磁場分布と軌道、それにキッカーコイルの動作の関連を把握しておく必要がある。そのために、入射シミュレーションを高速に行うための、2D 磁場分布計算法を以下に示す。

Table 1: Muon 蓄積磁石の磁場

No.	磁場	仕様
1	主磁場	蓄積領域で 3T 一様、入射領域で $B_R > 0$
2	弱集束磁場	粒子補足 $B_R \propto Z$ , N-index=1.5E-4
3	キッカー磁場	パルス $B_R$ 磁場、10 ガウス x 2~500ns
4	Shim 鉄磁場	詳細補正磁場 <1E-3T
5	Shim-coil 磁場	磁場補正 <1E-3T
6	ASSM	軌道微調整、(1, 4E-3Tm)

### 2.1 鉄 yoke 磁場の扱い

本磁石磁場が 3D 分布となる原因は鉄 yoke 形状が周回方向に非一様のためである。文献[3, 4]では、鉄 yoke の貫通穴は、muon 入射口のみで、対称性を考慮して、上下天井鉄ヨークに各 4 本の貫通穴とした。その後、シミング、冷却、製作性と対称性を考えて設計を進め[8]、Fig.2 の形状となった。高精度な磁場シミングのために、詳細シミング時のシムトレイ用に、実験運転時にも閉止されない上下合計 40 個の貫通穴を持つ。さらに、液体 He 輸送管を通す貫通穴は、対称性を考慮して 8 個の角穴を半径大側の鉄 yoke に配置した。設計進展による貫通孔の増加は、CBs(Coil Blocks)の電流増加を起こしたが、0.38%と小さい。鉄 yoke 磁場は 0.4756923 T(3.0T の 15.86%)であり、主磁場の大部分は CBs が発生する。この鉄形状により蓄積領域で  $\pm 8\mu\text{T}$  の磁場リップルが発生するが、文献[9]の方法で容易にシミング可能である[6]。

周回方向の磁場変動は、主磁場 3.0T に比べ小さい。そこで、周回方向に平均化した 2D 計算磁場を利用し、

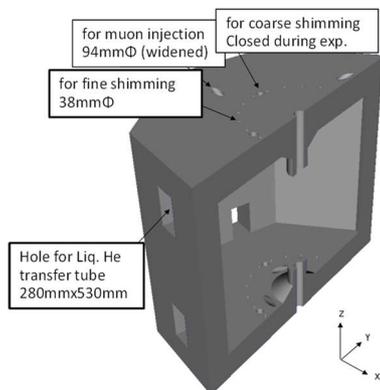


Figure 2: Cutaway view of iron-yoke with holes.

粒子軌道計算の主磁場として利用することにした。

### 2.2 磁石磁場の 2D 計算

2D 磁場は円電流磁場の加算(下式)で再構成できる。

$$\mathbf{b}^{MG}(R, Z) = \sum_j \mathbf{b}_j^{FL}(R, Z) + \sum_l \mathbf{b}_l^{FL}(R, Z), \quad (1)$$

ここで、第 1 項は鉄 yoke と第 2 項は CBs の磁場の円電流(それぞれ、 $j$  番目、 $l$  番目で表示)磁場加算、 $\mathbf{b}(R, Z)$  は  $(b_R, b_z)$  成分を持つ位置  $(R, Z)$  の磁場ベクトル、添え字、MG と FL はそれぞれ、磁石と円電流を表す。個々の円電流の計算精度は重要である。一方、多数の円電流と多数の磁場点を扱うので、高速化も重要である。両者を満たす方法として下記の方法を採用した[10]。

- 円電流磁場は第 2 種、第 1 種の完全楕円積分  $\{E(k), K(k)\}$  で表し、これらの値の計算には Chebyshev 近似計算法を利用する。
- CB 断面(既設計、[8])には Gauss 求積法に従って円電流を配置し、重みをつけて各円電流を加算する。

以上で Eq. (1) の第 2 項は、 $10^{-12}$  程度以下の計算誤差と高速計算が可能である[10]。そして、Eq. (1) の第 1 項の鉄 yoke 磁場の計算には次節の方法で配置と電流値を決め、精度良く高速に計算できることが可能となる。

### 2.3 鉄 yoke 磁場を模擬する電流と磁石磁場算出

周回方向平均の 2D 磁場分布を近似的に算出(以下では磁場再構成)する計算手順は下記である。

- 1) 3D 非線形磁場計算の実行  $B(R_i, Z_i, \theta_j)$ 、
- 2) 周回方向平均磁場  $B(R_i, Z_i)$ 、
- 3) 鉄 yoke 磁場を再構成する円電流分布の算出、
- 4) CBs を含めた円電流全体で 2D 磁場再構成。

ここで、1) は OPERA コードなどでの計算であり、周回方向に 10 度毎に 21672 点の磁場を計算した。2) では、

$$B_{Zi}(R_i, Z_i) = \frac{1}{36} \sum_{j=1}^{36} B_{Zij}(R_i, Z_i, \theta_j) \quad (2)$$

$$B_{Ri} = \frac{1}{36} \sum_{j=1}^{36} n_{Xj} B_{Xij}(\theta_j) + n_{Yj} B_{Yij}(\theta_j) \quad (3)$$

のように周回方向に平均化する。 $\theta_j$  は  $j$  番目角度位置で、 $i$  は 2D 断面  $(R, Z)$  内の  $i$  番目計算点を示し、 $(R, Z)$  断面で 602 点のうち、鉄 yoke 中と近傍を除外し 504 点を利用した。平均化した  $B_{Ri}$  と  $B_{Zi}$  の 1008 個が再構成の目標磁場を作る。 $n_{Xj}$  と  $n_{Yj}$  はそれぞれ、 $j$  番目位置の半径方向単位ベクトルの  $X, Y$  成分である。Eq. (3) では  $i$  番目位置の表示  $(R_i, Z_i)$  を省略している。3) では鉄 yoke 内面に配置した多数(今回は 350 個)の線輪電流値を決める。ベクトル  $\mathbf{B}$  は次のような成分を、

$$\mathbf{B} = (\text{-----}B_{Zi}\text{-----}, \text{----}B_{Ri}\text{-----}) \quad (4)$$

とする。磁場には、中心で 3.0T の磁石磁場  $\mathbf{B}^{MG}$ 、鉄 yoke による磁場  $\mathbf{B}^{FE}$ 、CBs による磁場  $\mathbf{B}^{CB}$ 、がある。以下では、

全て Eq. (2), (3) で平均した 2D 磁場で、磁場分布は  $R-Z$  の 2D である。3) で円電流分布の目標磁場  $\mathbf{B}^{\text{TG}}$  も 2D で、

$$\mathbf{B}^{\text{TG}} = \mathbf{B}^{\text{FE}} = \mathbf{B}^{\text{MG}} - \mathbf{B}^{\text{CB}} \quad (5)$$

である。 $\mathbf{B}^{\text{CB}}$  は既設計[8]の CBs に前節の方法を適用する。本節は  $\mathbf{B}^{\text{FE}}$  の再構成磁場  $\mathbf{B}^{\text{REC}}$  を議論する。

鉄 yoke 内面の電流分布(下式)から、

$$\mathbf{I} = (I_1, \dots, I_j, \dots) \quad (6)$$

磁場への応答行列  $\mathbf{A}$  を使い、鉄 yoke 磁場  $\mathbf{B}^{\text{FE}}$  は、

$$Er = \sum_i \left\{ \frac{B_i^{\text{TG}} - \sum_j A_{ij} I_j}{w_{ii}} \right\}^2 \rightarrow \text{Minimum} \quad (7)$$

の最小二乗法の解として、

$$\mathbf{I} = (\mathbf{WA})^{-1} \mathbf{WB}^{\text{TG}} \quad (8)$$

で求める。ここで、 $(\mathbf{WA})^{-1}$  は  $\mathbf{WA}$  の一般逆行列で、SVD 固有モード(ここでは 64 個)を利用して、求める。

$\mathbf{W}$  は対角行列で、次の考え方で設定した  $i$  番目磁場データに対する重み  $1/w_{ii}$  を成分に持つ。主磁場は、入射領域、蓄積領域、および、検出器領域の磁場に大別され、それぞれの磁場精度で再構成を行う。そのため、 $w_{ii}$  に分布を持たせた。軸方向磁場  $B_z$  の蓄積領域磁場との差異の変化分  $\Delta B$  に対して、下式のように決めた。

$$\Delta B = |3.0 - B_{zi}| \quad [\text{T}] \quad (9)$$

$$w_{ii} = 1.0 \quad (\text{for } \Delta B < 6 \times 10^{-4} \text{ T}), \quad (10)$$

$$w_{ii} = \Delta B / 6.0 \text{E-}4 \quad (\text{for } \Delta B \geq 6 \times 10^{-4} \text{ T}), \quad (11)$$

この結果、検出器と蓄積領域では前者、入射領域では後者で大きめの残差が許容される重みとなる。入射領域の  $\Delta B$  は最大 0.7T 程度で、 $w_{ii}$  は最大 1100 程度で、約 3 桁の差異を残差に与える。

行列  $\mathbf{WA}$  に SVD を適用すると、

$$\mathbf{WA} = \sum \mathbf{u}_k \lambda_k \mathbf{v}_k^t, \quad (12)$$

のように、磁場分布を表す基底  $\mathbf{u}_k$ 、電流分布の基底  $\mathbf{v}_k$ 、および、相互の換算係数  $[\text{T/A}]$  と考えることのできる特異値  $\lambda_k$  の組み合わせを、固有モード番号  $k$  について加算して表現できる。通常、特異値  $\lambda_k$  の大きさの順に番号付けている。これを用いると  $(\mathbf{WA})^{-1}$  と  $\mathbf{I}$  は、

$$(\mathbf{WA})^{-1} = \sum_k \mathbf{v}_k \mathbf{u}_k^t / \lambda_k, \quad (13)$$

$$\mathbf{I} = \sum_k (\mathbf{u}_k^t \mathbf{WB}^{\text{TG}}) \mathbf{v}_k / \lambda_k = \sum_k n_p^{1/2} \mathbf{v}_k P^{\text{TG}}_k / \lambda_k, \quad (14)$$

$$P^{\text{TG}}_k = \mathbf{u}_k^t \mathbf{WB}^{\text{TG}} / n_p^{1/2}, \quad (15)$$

である。ここで、 $n_p$  は磁場データ数で、 $\mathbf{B}^{\text{TG}}$  や  $\mathbf{v}_k$  の次元数、 $P^{\text{TG}}_k$  は固有モード強度である。磁場入力計算点での鉄 yoke 磁場の再構成磁場  $\mathbf{B}^{\text{REC}}$  は、

$$\mathbf{WB}^{\text{REC}} = \sum_k n_p^{1/2} P^{\text{TG}}_k \mathbf{u}_k, \quad (16)$$

である。加算は、固有モード番号  $k$  について行い、必要な磁場精度が確保できる固有モード番号  $M_T$  で加算を打ち切り(Truncation)、低次(大きな  $\lambda_k$ )側 SVD 固有モードのみ加算に加える。磁場再構成が妥当に行われていることを確認する残差磁場分布  $\mathbf{B}^{\text{RE}}$  は、

$$\mathbf{WB}^{\text{RE}} = \mathbf{W}(\mathbf{B}^{\text{TG}} - \mathbf{B}^{\text{REC}}) \quad (17)$$

であり、通常、 $M_T$  を決めるには  $\mathbf{WB}^{\text{RE}}$  の要素  $B_i^{\text{RE}}/w_{ii}$  の最大最小の peak-to-peak 値

$$B_{\text{WPP}}^{\text{RE}} = \max(\mathbf{WB}^{\text{RE}}) - \min(\mathbf{WB}^{\text{RE}}) \quad (18)$$

が小さくなるように決める。しかし、重みの影響で実際の残差磁場の明確な理解に繋がり難いので、入射領域 ( $Z \geq 0.4\text{m}$ )、検出器領域 ( $R \leq 0.3\text{m}$ ,  $Z \leq 0.3\text{m}$ ) および蓄積領域 ( $0.318 \leq R \leq 0.348$ ,  $Z \leq 0.3\text{m}$ ) に分けて、 $B_i^{\text{RE}}$  の残差の最大最小値から peak-to-peak 値、

$$B_{\text{PP}}^{\text{RE}} = B^{\text{RE}}_{\text{MAX}} - B^{\text{RE}}_{\text{MIN}} \quad (19)$$

を各領域で調べた。これら 4 種類の残差が小さくなる  $M_T$  を選択する。ここでは、小さな残差が望まれるが、高次(小さな  $\lambda_k$ )の固有モードを含めて加算すると、分母に小  $\lambda_k$  を持つ項の加算で、解が不安定となることがある。これを避けることも  $M_T$  の選択には必要がある。

### 3. 2D 磁場再構成の精度

#### 3.1 鉄 yoke 磁場を模擬する電流

以上の 2D 磁場再構成では鉄 yoke 磁場を模擬する電流が作る磁場の再構成精度を支配する。まず、鉄 yoke 内面に配置した円電流分布の妥当性を調べる。

Figure 3 は  $M_T$  と残差の関係を示す。鉄 yoke 磁場を模擬するための円電流数は 350 個で、等間隔で配置し

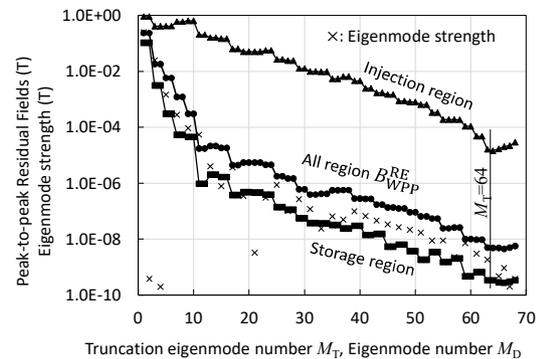


Figure 3: Residual field amplitude vs truncation eigenmode number for regions.

ている。この数の妥当性は本節 Fig. 4 で議論する。検出器領域の残差は蓄積領域とはほぼ同じ挙動であったので、図では省略した。全体、入射、蓄積および検出器領域の全てで、 $M_T=64$  とすることで最少の残差に出来る。 $M_T > 64$  で残差が増加してくるが、小特異値により解が不安定化しているためである。

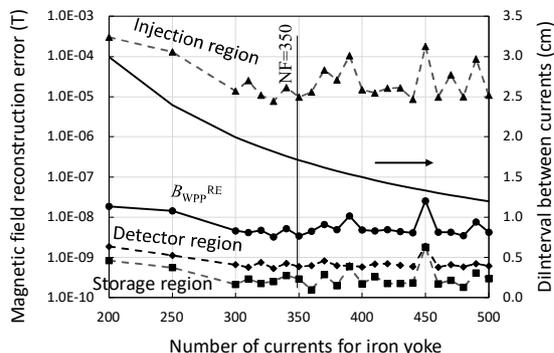


Figure 4: Residual field amplitude vs truncation eigenmode number.

次に、鉄 yoke 磁場を模擬する電流数の検討を Fig. 4 で行う。電流数 NF を 200~500 個とし、磁場分布の再構成状況を調べた。 $B_{WPP}^{RE}$  と 3 領域の  $B_{PP}^{RE}$  を、 $M_T$  の関数で示している。4 種類の残差は、大きさは異なるが、グラフ形状は似ている。共通して理解できることは、電流数が 370 を超えると、解が電流数によって不安定になることである。磁場計算位置の間隔が 5cm であり、その半分 2.5cm より電流間隔が小さくなっていくと、解を不安定にする。そのため、本研究での磁場再構成には、350 個(等間隔配置で電流間隔は 1.71cm)の円電流配置で鉄 yoke 磁場を表現することにした。このとき、非線形磁場計算を平均化した 2D 磁場に対して、蓄積領域と検出器領域で

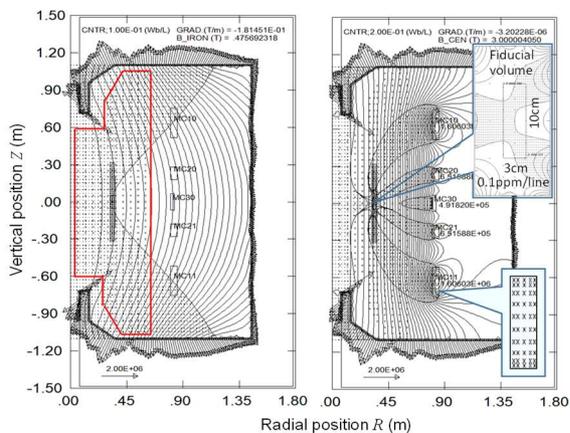


Figure 5: 2D reconstructed magnetic field plotted by equipotential lines, by (a) 2D iron yoke, and (b) iron yoke with CBs with a contour line at  $B=3.0T$ . 350 circular filament currents are used for iron yoke shown by arrows which lengths are proportional to current magnitudes. Regions with dots have higher  $B$  than that at  $R=0.333m$   $Z=0.0m$ .

は 1nT 以下の誤差で、入射領域では  $\pm 5\mu T$  程度以内で、2D 磁場の再構成が出来ると解る。

以上の条件で得た電流分布と磁場分布を Fig. 5 に示す。Fig. 5(a)は鉄 yoke 磁場と共に示し、Fig. 5(b)は CBs による磁場を含めた磁場と共に示した。実線で囲まれた領域の磁場データを使っている。この電流分布は次の点で、磁化を反映した妥当な電流であると考えている。

- 上下で電流値の小さい位置が同じ半径位置 ( $R=0.45, R=0.65m$  付近)に存在し、それぞれ、入射ビーム入射とシムトレイ用の貫通穴位置に相当する。
- $R=0.148m$  で  $|Z|=0.72\sim 0.80m$  の鉄ポール先端部には飽和磁化に相当する電流(16.28kA/cm, 飽和磁化は 17.11kA/cm)が計算されている。
- 蓄積領域では均一度 0.2ppm 以下の良好な一様磁場(設計磁場)が再構成されている。

### 3.2 磁場分布の確認

Figure 6 には入射領域の 2D 再構成磁場(実線)を、周回方向平均した磁場( $\circ$ )および 3D 計算磁場( $\times$ )を示した。 $B_R, B_z$  共に、 $|Z|\leq 0.95m$  で再構成磁場は周回方向平均化 2D 磁場および 3D 計算値とよく一致している。 $|Z|> 0.95m$  では、ダミーを含む入射穴の影響による磁場リップルが大きくなっている。入射シミュレーションには  $|Z|\leq 0.95m$  のみ利用できると考える。

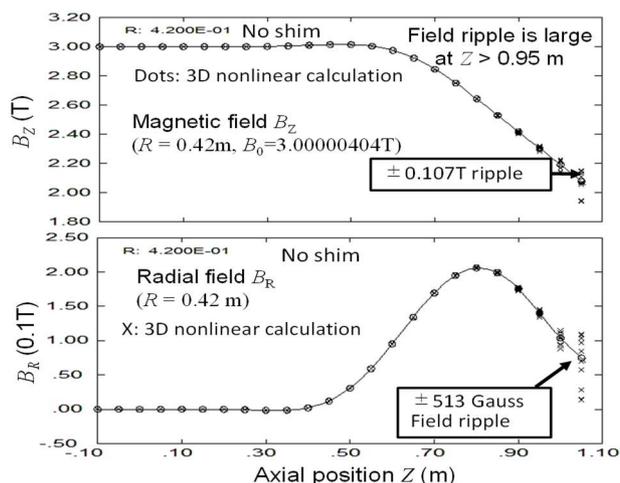


Figure 6: Comparisons between the reconstructed and the 3D calculated magnetic fields, in the injection region. Circles are azimuthally averaged 3D calculated ones, to which the 2D reconstructed magnetic field agrees well.

Figure 7 は蓄積領域付近( $Z=0$ )の 2D 磁場分布を、実線と周回方向平均した磁場( $\circ$ )および 3D 計算磁場( $\times$ )を示した。鉄 yoke 貫通穴の影響により、周回方向に、平均値から  $\pm 8\mu T$  程度の磁場リップルが存在する。2D 再構成磁場は  $\circ$ 印の平均磁場を良く再構成している。参考に、中心磁場からの残差  $\pm 0.1ppm$  を示す平行線と、2D 再構成磁場(中心磁場を通過する斜線)を示している。

図中で  $\times$  の 3D 磁場は、周回方向に 10 度毎の計算値を全て示している。磁場の強弱・正負の散乱は、周回方向の磁場リップルを示しており、主原因は入射穴とそのダミー穴である。文献[3]から穴直径を増加させたため、

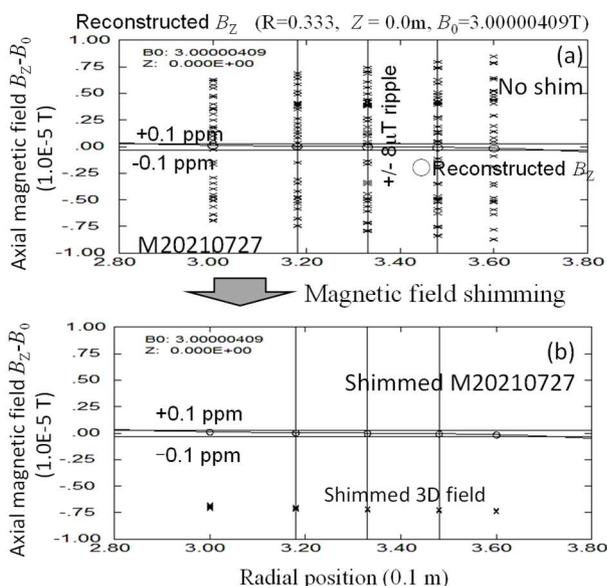


Figure 7: Magnetic field in the fiducial volume, (a) before shim, and (b) after shim. 2D reconstructed magnetic field agrees well with the azimuthally averaged 3D magnetic field ( $\circ$ ), but ripples are larger than 0.2 ppm and are  $16 \mu T$  (peak to peak), which can be shimmed well.

リップル振幅は約 3 倍に増加した。しかし、文献[7]に示したアルゴリズムによる磁場シミングにより一様化が容易に可能で、使用する鉄量は 150cc 程度で有ると、磁場シミングシミュレーションで確認した。下側図にはその結果を示した。シミングにより周回方向の磁場強度は重なって示されている。7.5 $\mu T$  の磁場低下があるが、これは、磁石電流やシムコイル電流で調整できる。一様磁場設計は良好である。周回方向平均した 2D 再構成磁場は、 $\pm 0.1$ ppm の範囲にあり、実機では、磁場シミングにより、この一様磁場分布が実現できる{下側図(b)}。

Figure 8 には入射領域から検出器領域( $R < 0.5m$ )で、 $B_z$ 分布を  $Z = 0.0, 0.2m$  について、再構成値と入力計算値を比較して示した。本研究の再構成法は、この領域でも、3D 磁場計算値をよく再現していると言える。

以上の検討で、ここで提案してきた 2D 磁場再構成手法は、周回方向平均化した蓄積磁石磁場をよく再現できており、 $|Z| \leq 0.95m$  で、らせん入射と蓄積、検出器の領域で、粒子軌道計算に使えと言える。

#### 4. まとめ

Muon の  $g/EDM$  詳細計測用磁石中の粒子軌道を高速にシミュレーションするための、2D 磁場再構成手法を提案した。3D 非線形磁場計算結果を周回方向に平均した 2D 磁場を、多数(ここでは 674 個)の同軸円電流で再構成する。円電流磁場の計算には、高速化と高精度を両立させるために、円電流計算の完全楕円積分値  $\{E(k), K(k)\}$  には Chebyshev 近似計算法を使い、高精度・高速を図った。鉄 yoke 内面に線電流 350 本を等間隔に配置し、平均化 2D 磁場と TSVD 法で電流分布を決めた。CBs の磁場は円電流を CB 断面でガウス求積法を利用して求めた。再構成磁場は 2D 平均磁場を良く再

現でき、鉄 yoke 貫通穴の影響による磁場リップルの小さい入射領域( $|Z| \leq 0.95m$ )・蓄積・検出部で利用できると解った。

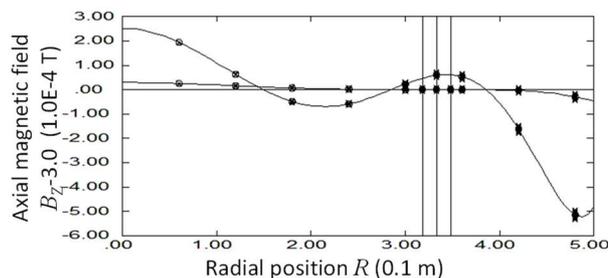


Figure 8: Magnetic field in the storage and detector region. 2D reconstructed magnetic field (lines) agrees well with the azimuthally averaged 3D magnetic field ( $\circ$ ). The ripples are small in this region as shown by  $\times$ .

#### 謝辞

本研究は、科学研究助成事業(科研費) JP19H00673 のサポートを受けています。

#### 参考文献

- [1] H. Iinuma *et al.*, "Three-dimensional spiral injection scheme for  $g-2/EDM$  experiment at J-PARC", Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A, 832, 2016, pp51-62.
- [2] 飯沼、他、「J-PARC muon  $g-2/EDM$  実験用ビーム入射キッカーの磁場設計」、本年会(第 19 回日本加速器学会年会)、TUP036, 2022 年 10 月 18 日.
- [3] M. Abe *et al.*, "Design method and candidate of a magnet for muon  $g-2/EDM$  precise measurement in a cylindrical homogeneous volume", Nuclear Inst. and Methods in Physics Research A, Vol. 890, 2018, pp. 51-63.
- [4] 阿部充志、「プロジェクトレビュー、特異値分解固有モードを利用した磁場設計(核融合装置技術から応用した磁場設計)」、プラズマ・核融合学会誌 95, No. 4, 2019, p. 155.
- [5] 阿部、他、「 $g-2/EDM$  精密計測用ミューオン蓄積超電導磁石の磁場調整方針」、第 16 回日本加速器学会年会、No. THOH07, 於京都大学 2019 年 7 月 31 日~8 月 3 日.
- [6] 阿部、他、「 $g-2/EDM$  精密計測用超電導磁石内設置能動磁気遮蔽型ステアリング磁石の試設計」、第 17 回日本加速器学会年会、No. FRPP46, online, 2020 年 9 月 2~4 日.
- [7] M. Abe *et al.*, 'Design method of active shield steering magnet for fine tuning of muon injection orbit into  $g-2/EDM$  precision measurements magnet', IEEE Trans. Appl. Supercond. Vol. 32, Issue 6, 2022, p. 7007505.
- [8] 阿部、他、「 $g-2/ED$  精密計測用ミューオン蓄積超電導磁石の磁気設計の最新化」、第 18 回日本加速器学会年会、No. THP016, Online, 2021 年 8 月 9~12 日.
- [9] M. Abe *et al.*, "Static magnetic field shimming calculation using TSVD regularization considering constraints of iron piece placements", IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 27, 2017, p. 4400812.
- [10] 阿部、「10.  $g-2/EDM$  超伝導磁石開発と MRI への精密磁場技術」、高エネルギー加速器セミナー OHO'22, 2022 年 OHO セミナー超電導磁石技術.