

# SuperKEKB におけるベータトロンチューンの振幅依存性 AMPLITUDE DETUNING IN SuperKEKB

杉本寛\*, 大西幸喜, 森田昭夫, 小磯晴代

Hiroshi Sugimoto\*, Yuki Yoshi Ohnishi, Akio Morita, Haruyo Koiso  
High Energy Accelerator Research Organization (KEK)

## Abstract

Amplitude dependent betatron tune shift in SuperKEKB main rings is investigated by numerical calculations and beam measurements. The amplitude detuning parameter in the electron ring is negative in the model lattice. The main source of the negative detuning is octupole-like kick due to a finite thickness of strong sextupole magnet pairs used for the vertical local chromaticity correction. The amplitude detuning in the electron ring is measured by using a vertical pulse kicker and turn-by-turn beam position measurement. The estimated detuning parameter is positive and is not consistent with that of the model lattice. The numerical simulation indicates a possible source of the discrepancy is the error field of multipole coils installed in the interaction region. It is demonstrated that a skew sextupole corrector of the final quadrupole magnet can control the detuning parameter.

## 1. はじめに

SuperKEKB [1] は電子 (8 GeV)-陽電子 (4 GeV) の円形衝突型加速器である。衝突により生成した B 中間子の崩壊過程を Belle2 測定器で解析することで標準理論を超える物理を探索する。前身の KEKB [2] に比べて衝突性能を大幅に向上するためにナノビームスキーム [3] と呼ばれる衝突方式を採用している。ナノビームスキームの大きな特徴としてビームを衝突点で非常に強く絞り込むという点が挙げられる。衝突点のベータ関数を小さくするとそれに反比例して衝突点近傍でのベータ関数が巨大になる。そのため、最終収束電磁石のフリッジ磁場、対向ビームラインからの漏れ磁場などの非線形磁場がビームの運動に強く影響を与え、力学口径を縮小させる。特に鉛直方向のビームサイズを強く絞るため、鉛直方向の粒子の運動に強い非線形効果が顕在化する。力学口径が縮小するとビーム入射効率の低下や Belle2 測定器へのビームバックグラウンドの増加を招く。そのため、垂直方向のビーム位相空間の探索と非線形ビーム光学の調整が SuperKEKB では重要な課題となる。

SuperKEKB では 2024 年の運転から、電子リング (HER) に垂直方向のパルスキッカーがインストールされ、ゲート付き Turn-by-Turn (TbT) のビーム位置モニター (BPM) による垂直方向のビーム測定が可能となった。2024 年の秋以降の運転では陽電子リング (LER) においても同様の測定が可能になる予定である。

本報告では、非線形効果の一つであるベータトロン運動の振幅依存性 (アンプリチュード-デチューニング)、とりわけ垂直方向のチューンの振幅依存性に関して行なった数値シミュレーションとビーム測定の結果について報告する。

## 2. デチューニングの主な発生源

本稿では垂直方向のパルスキッカーで蹴ったビームの TbT 測定を扱う。簡単のため鉛直 ( $y$ ) 方向の一次元問題を考え、エネルギーのずれは考慮しない。粒子がビーム

収束構造から受ける磁場が完全に線形力である場合、蓄積リングを安定にベータトロン振動する粒子の運動はリングの場所  $s$  の関数として

$$y(s) = \sqrt{2J_y\beta_y(s)} \cos(\phi_y(s) + \phi_0) \quad (1)$$

と書ける。ここで、 $J_y$  は粒子の初期条件に対応する量であり、以降、作用変数と呼ぶ。ベータトロンチューン  $\nu_y$  はベータ関数  $\beta_y$  の逆数のリング一周にわたる積分

$$\nu_y = \frac{1}{2\pi} \oint \frac{1}{\beta_y(s)} ds \quad (2)$$

で与えられ個々の粒子の作用変数に依らないリング固有の値  $\nu_y = \nu_0$  となる。線形力に加えて非線形力が働く場合、チューンは一般に振動振幅の関数となる。この場合、非線形磁場を摂動とみなしチューンを作用変数 ( $J_y$ ) の多項式で表すことが可能である。

$$\nu_y = \nu_0 + \alpha_1 J_y + \alpha_2 J_y^2 \dots \quad (3)$$

ここで、 $\alpha_n = \partial^n \nu_y / \partial J_y^n$  をデチューニングパラメーターと呼ぶ。本稿では  $\alpha_1$  に着目する。

デチューニングを発生させる代表的な非線形磁場は粒子に作用する力が  $y^3$  に比例する八極磁場である。SuperKEKB メインリングの場合、衝突領域には八極磁場を含め多数の非線形磁場が存在する。さらに、衝突型加速器でデチューニングを発生させる主要因として、最終収束電磁石のフリッジが挙げられる [4]。また、衝突点近傍でビームの横方向の発散角が急激に大きくなることによって顕在化する運動力学的な非線形性 (Kinematic term) もデチューニングを発生させる [5, 6]。これらに加えて、衝突領域の近くに設置される局所色収差補正用の六極電磁石ペア (SLY) から発生することが知られている [7]。SLY は最終収束電磁石で発生する巨大な色収差を補正するために設置されるが、そのビーム進行方向の厚みが有限であるために実効的に八極磁場に類似した非線形効果をビームに与える。

これらの非線形効果から生じるデチューニングパラメーターは以下の式で見積もることができる [6]。

\* hiroshi.sugimoto@kek.jp

- 八極磁場

$$\alpha_1^o = \frac{1}{16\pi} K_3 (\beta_y^o)^2 \quad (4)$$

- Kinematic term

$$\alpha_1^k = \frac{3}{16\pi} \frac{L^* + L_q/2}{\beta_y^{*2}} \quad (5)$$

- 最終収束電磁石のフリンジ

$$\alpha_1^f = \frac{1}{2\pi} \frac{L^{*3}}{L_q(L^* + L_q/2)\beta_y^{*2}} \quad (6)$$

- SLY の厚み

$$\alpha_1^s = -\frac{1}{16\pi} K_2^2 (\beta_y^s)^2 L_s \quad (7)$$

ここで、 $K_{2,3}$  はそれぞれ六極磁場、八極磁場の積分値である。また、 $\beta_y^s, \beta_y^o, \beta_y^k$  はそれぞれ、衝突点、六極磁場、八極磁場でのベータ関数である。最終収束電磁石の有効長を  $L_q$ 、最終収束電磁石の衝突点側の端部と衝突点との距離を  $L^*$  と表記した。

Figure 1 に Eqs. (4-7) を用いて評価した両リングのデチューニングパラメーターの内訳を示す。LER においてデチューニングの大部分は最終収束電磁石のフリンジから発生する。HER においてもフリンジからの寄与が最も大きい。SLY の厚みもデチューニングに大きな影響を与える。これは、HER の  $L^*$  が  $L^* = 1.22$  m と LER の  $L^* = 0.76$  m に比べて大きいため、最終収束電磁石で発生する色収差が大きく、SLY の  $K_2$  及び  $\beta_y^s$  が LER に比べて大きいためである。また、HER において SLY と衝突領域の八極磁場はフリンジから生じるデチューニングを打ち消す方向に作用することが分かる。

### 3. 単粒子シミュレーション

加速器総合計算コード SAD [8] を用いて HER の運転用モデルラティスをデチューニングを評価する。シミュレーションでは単粒子に  $J_y$  を与えて所定の場所で 4000 ターン分の周回データを記録する。但し、シンクロトロン運動とシンクロトロン放射の影響は本シミュレーションでは考慮していない。周回データを周波数解析することで、チューン  $\nu_y$  を決定する。チューン  $\nu_y$  を  $J_y$  に対してプロットすると Fig. 2 が得られる。比較のため、非衝突運転用のビーム光学設定 ( $\beta_y^* = 81$  mm) の結果も示してある。既に述べたように、ラティス非線形性は一般に  $\beta_y^*$  が小さいほど顕在化する。Figure 2 は  $\beta_y^*$  が小さくなることでチューンの振幅依存性が発現することを示唆している。Figure 2 の  $\beta_y^* = 1$  mm のケースで直線回帰によって  $\alpha_1$  を求めると  $\alpha_1 = -0.135 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$  となる。

### 4. デチューニングの測定

#### 4.1 測定方法

HER には約 450 台の全ての四極電磁石に BPM が設置されているが、そのうち約 70 台の BPM は TbT 測定

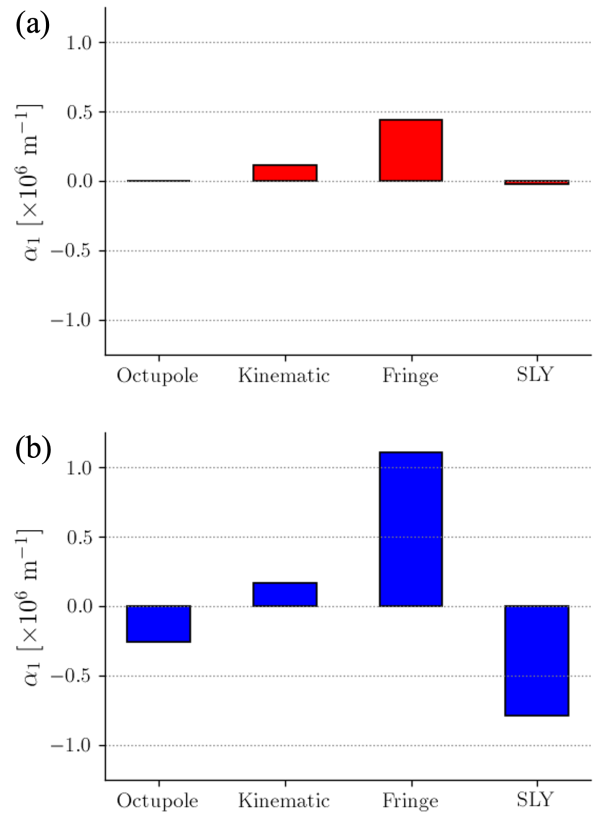


Figure 1: Estimated detuning parameters in (a) LER and (b) HER, where  $\beta_y^* = 1$  mm is assumed in both rings.

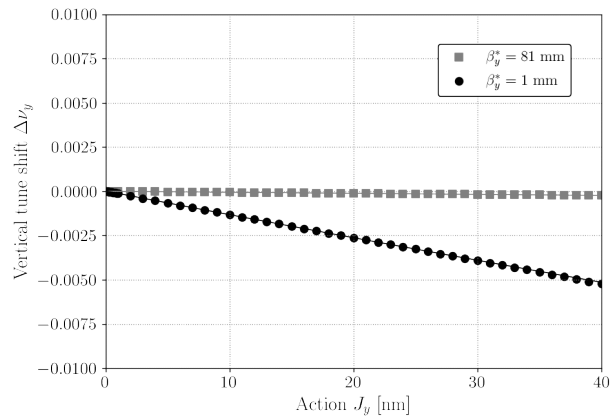


Figure 2: Amplitude dependent tune shift calculated by single-particle tracking simulations for HER, where  $\beta_y^* = 81$  mm and 1 mm are assumed.

が可能である。本測定では、シングルバンチバンチのビームを垂直パルスキッカーでビームを蹴る。

Figure 3 に測定データの一例を示す。測定データに NAFF [9] を用いた周波数解析を行うことでチューンを決定する。作用変数  $J_y$  に関しては測定データを正弦波  $y(n) = \sqrt{2J_y\beta_y} \cos(2\pi\nu_y n + \phi_0)$  でフィットして求めた振幅と  $\beta_y$  の設計値から推定する。Figure 3 から分かるように垂直方向に蹴られたビームの位置 (重心) の振動

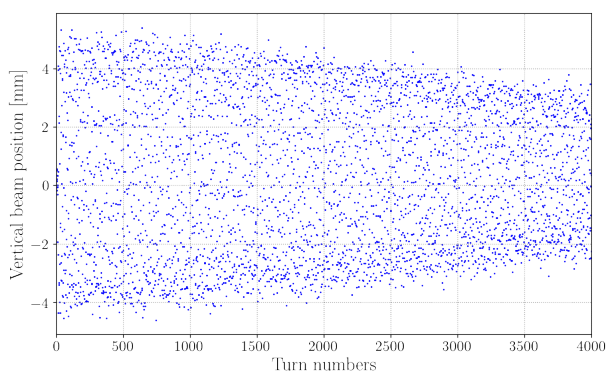


Figure 3: An example of vertical beam oscillation induced by a vertical pulse kicker.

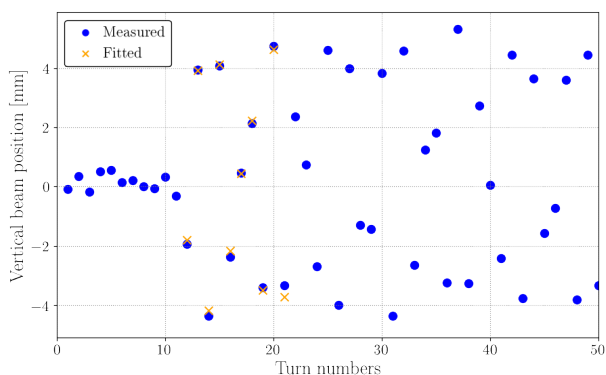


Figure 4: Sinusoidal fitting to the beam oscillation shown in Fig. 3.

はシンクロトロン放射や非線形性によるデコヒーレンスの影響で次第に減衰していく。従って、解析に使うデータ点数が多すぎるとチューンや作用変数の決定に困難が生じる。本解析では正弦波のフィッティングでは最初の10～20ターン程度のデータを、周波数解析には最初の100～200ターン程度のデータを用いた。Figure 4に正弦波によるフィッティングの結果を示す。

#### 4.2 測定結果

Figure 5はHERの $\beta_y^* = 81$  mm及び $\beta_y^* = 1$  mmのビーム光学設定におけるデチューニングの推定結果の例である。ベータ関数が $\beta_y^* = 81$  mmの場合、デチューニングはほぼ観測されない。この結果はFig. 2に示したシミュレーション結果と矛盾しない。すなわち、衝突点ベータ関数が十分に大きい場合、チューンの振幅依存性は発現しない。一方、 $\beta_y^* = 1$  mmの場合でも $\beta_y^* = 81$  mmと同様にチューンの振幅依存性は見られない。この結果は $\alpha_1$ が負であるというトラッキングシミュレーションの結果とは矛盾する。

#### 4.3 考察

設計ラティスのデチューニングパラメーターと実測値との違いを生む原因として最終収束系の磁場誤差が考えられる。HERの衝突点近くにはLERの最終収束電磁石からの漏れ磁場を補償するためにキャンセルコイルが設

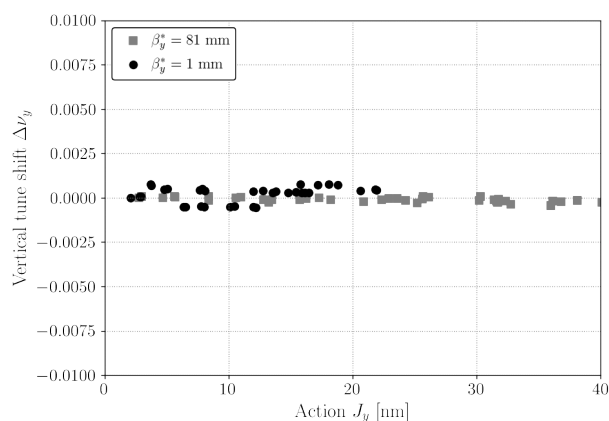


Figure 5: Amplitude dependent tune shift measured in HER, where squares and circles represent  $\beta_y^* = 81$  mm optics and  $\beta_y^* = 1$  mm optics, respectively.

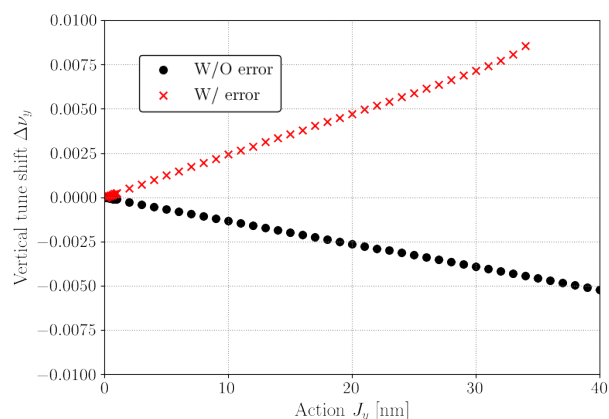


Figure 6: Amplitude dependent tune shift obtained with single particle tracking simulations with and without the error field from the cancel coils.

置されている。このキャンセルコイルの製作に誤りがあることが報告されている。この結果、実際にはキャンセルコイルはHERのビームライン上の主に歪六極磁場と歪八極磁場を逆に強めていると考えられている。

Figure 6にキャンセルコイルのエラーを組み込んだモデルラティスを使って計算したチューンの振幅依存性を示す。既に示したようにエラーの無い場合にはデチューニングパラメーターで負ある。キャンセルコイルのエラーはデチューニングパラメーターを正の方向に変化させることが分かる。また、別途行った計算からこのデチューニングパラメーターの変化は主に歪六極磁場に起因するものであることが判明している。

#### 4.4 非線形ビーム光学調整のための試験

##### 4.4.1 シミュレーション

衝突領域でのエラーの影響を補正するために最終収束電磁石には歪六極コイルを含め数多くの補正磁場コイルが設置されている。原理的にはキャンセルコイルのエラーの影響は補正用コイルの調整で最小化できるはずである。ここでは最終収束電磁石の内の一台中である

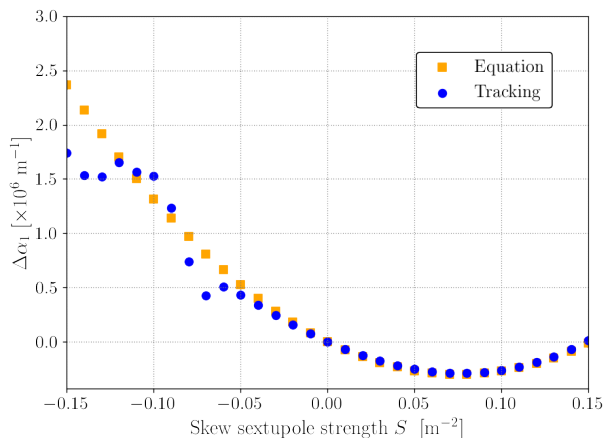


Figure 7: The response of detuning parameter as a function of the corrector strength. The dots represent the response of the detuning parameter evaluated by tracking simulations, and the squares represent the that obtained with a second order perturbation theory.

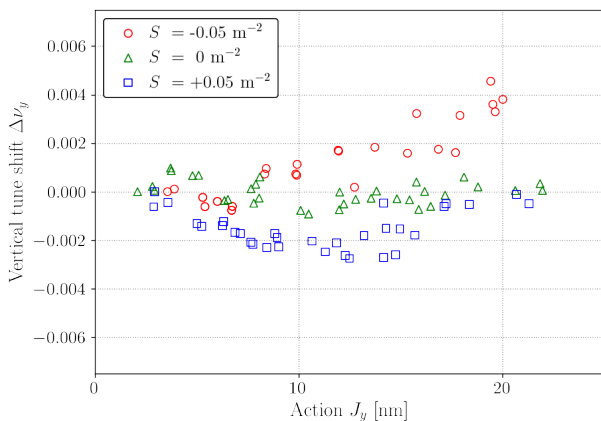


Figure 8: Amplitude dependent tune shift measured for three different field strengths of the QC1RE corrector coil.

QC1RE にインストールされている歪六極コイルの磁場を変えてデチューニングを変更することを考える。

Figure 7 は粒子トラッキングにより評価した歪六極コイルの磁場に対するデチューニングパラメータの応答  $\Delta\alpha_1$  である。歪六極磁場によるデチューニングの変化は歪六極磁場の強さの二次のオーダーまでの正準摂動論から評価できる。Figure 7 から摂動論の予測と単粒子トラッキングの結果は概ね一致すること分かる。

#### 4.4.2 ビーム測定

Figure 8 はデチューニングの調整に向けて行った試験的なビーム測定の結果である。QC1RE にインストールされている歪六極コイルの積分磁場  $S$  が  $S = -0.05 \text{ m}^{-2}$ ,  $0 \text{ m}^{-2}$ ,  $+0.05 \text{ m}^{-2}$  の3つのケースに対して測定を行った。チューンの振幅依存性が比較的直線的となる  $J_y < 15 \text{ nm}$  の領域に着目すると、補正磁場によってデチューニングが変化していることが分かる。積分磁場  $S = +0.05 \text{ m}^{-2}$  のケースでは  $J_y = 15 \sim 20 \text{ nm}$  の辺りでチューンの振幅依存性が変化しているようであ

が、この領域は力学口径の淵に近くビームロスが観測されている。ビームロスが TbT 測定とデチューニングの推定に何らかの影響を与えている可能性があると思われる。また、バンチ電流に依存して力学口径が変化する現象が観測されており、バンチ電流依存のチューンシフトの影響なども含めて今後検討が必要である。

## 5. まとめ

SuperKEKB のベータトロンチューンの振幅依存性に関して、理論及びシミュレーションによる検討とビーム測定の結果を報告した。

SuperKEKB の運転に使用しているモデルラティスの解析から HER のデチューニングは負であり、その主な起源は SLY が有限の長さを持つためにビームが感じる八極磁場に類似の非線形力である。

HER の実機において  $\beta_y^* = 81 \text{ mm}$  及び  $\beta_y^* = 1 \text{ mm}$  の光学設定においてチューンの振幅依存性を評価した。ベータ関数が  $\beta_y^* = 81 \text{ mm}$  の場合、デチューニングはほぼ観測されない。この結果はシミュレーション結果と矛盾しない。一方、 $\beta_y^* = 1 \text{ mm}$  の場合でも  $\beta_y^* = 81 \text{ mm}$  と同様にチューンの振幅依存性は見られない。この結果はトラッキングシミュレーションの結果とは矛盾するものである。

設計ラティスのデチューニングパラメータと測定値との違いを生む原因として HER の最終収束系に設置されたキャンセルコイルの磁場誤差が挙げられる。キャンセルコイルのエラーを組み込んだモデルラティスを使った計算から、磁場誤差はデチューニングパラメータを負から正に変化させることが分かった。

非線形ビーム光学調整の試験として、QC1RE の歪六極コイルの磁場を変えてデチューニングの変化を測定した。測定結果から、歪六極補正コイルを変えることでデチューニングを変更できることを確認した。また、一連の TbT 測定から、チューンや力学口径のバンチ電流依存性が確認された。今後、測定方法も含めてさらなる検討が必要である。

## 参考文献

- [1] Y. Ohnishi *et al.*, Prog. Theor. Exp. Phys. 2013 03A011 (2013). doi:doi.org/10.1093/ptep/pts083
- [2] T. Abe *et al.*, Prog. Theor. Exp. Phys. 2013 03A001 (2013). doi:doi.org/10.1093/ptep/pts102
- [3] P. Raimondi, Proceedings of the 2nd SuperB Workshop, Frascati, March 2006.
- [4] E. Forest and J. Milutinovic, Nucl. Instr. Meth., vol. 269, pp. 474–482, 1988. doi:10.1016/0168-9002(88)90123-4
- [5] K. Oide and H. Koiso, Phys. Rev. E, vol. 47, p. 2010, 1993. doi:10.1103/PhysRevE.47.2010
- [6] A. Bogomyagkov *et al.*, Phys. Rev. ST Accel. Beams, vol. 19, p. 121005, 2016. doi:10.1103/PhysRevAccelBeams.19.121005
- [7] A. Bogomyagkov *et al.*, arXiv:0909.4872.
- [8] K. Oide, Nucl. Instr. Meth. A 276, 427 (1989). http://acc-physics.kek.jp/SAD/
- [9] F. Laskar, Physica D, Vol. 67, pp. 257-281, 1993. doi:.org/10.1016/0167-2789(93)90210-R